

JAG2012SummerCamp ContestII 箱根駅伝解説

$dp[k][x][y]$:現在の順位および前の中継所の順位の1位からk位までを見た時、「今の中継所の1位からk位までのチームのうち、前の中継所での順位が確定していないチームがxチーム」「前の中継所の順位1位からk位までで、チームが確定していない順位がyつ」というキーを持ってDPを行う。そして以下の式でDP表を更新していく。

1.現在の中継所で(k+1)位のチームが順位不動の時

そのチームは前の中継所でも順位は(k+1)位なので、「前の中継所での順位が確定していないチーム」も「チームが確定していない前の中継所の順位」も変わらない。よって

$$dp[k+1][x][y] += dp[k][x][y]$$

という更新を行えば良い。

2.現在の中継所で(k+1)位のチームが順位を落としてる時

そのチームは前の中継所では順位がk位以内である。その当てはめ方は上記の定義よりy通りであり、また「チームが確定していない前の中継所の順位」がこれで一つ減ることになる。

2-1.前の中継所で(k+1)位の順位をこの中継所で順位がk位以内のチームに当てはめるとすると、その当てはめ方は上記の定義よりx通りであり、また「前の中継所での順位が確定していないチーム」と「チームが確定していない前の中継所の順位」はそれぞれ1つずつ減るので、

$$dp[k+1][x-1][y-1] += dp[k][x][y] * x * y$$

2-2.前の中継所で(k+1)位の順位をこの中継所で順位がk位以内のチームに当てはめないとすると、チームが確定していない前の中継所の順位」は1つ増えて元に戻るので、

$$dp[k+1][x][y] += dp[k][x][y] * y$$

3.現在の中継所で(k+1)位のチームが順位を上げている時

まず「前の中継所での順位が確定していないチーム」がこれで一つ増えることになる。

3-1.前の中継所で(k+1)位の順位をこの中継所で順位がk位以内のチームに当てはめるとすると、その当てはめ方は上記の定義よりx通りであり、また「前の中継所での順位が確定していないチーム」は一つ増えて元に戻るなので、

$$dp[k+1][x][y] += dp[k][x][y] * x$$

3-2.前の中継所で(k+1)位の順位をこの中継所で順位がk位以内のチームに当てはめないとすると、その当てはめ方は上記の定義よりx通りであり、また「前の中継所での順位が確定していないチーム」と「チームが確定していない前の中継所の順位」はそれぞれ1つずつ増えるので、

$$dp[k+1][x+1][y+1] += dp[k][x][y];$$

で、 $O(N^3)$ というのが想定解法であったが、更新式をよく見てみるとxとyは常に同じ数ずつ増減するので、これの一つにまとめて $O(N^2)$ とすることができる。(コンテスト中にAgitsuneが提出した答えを見て初めて気づいたというw)