

I: MidPoint

原案：保坂

解答：大坂・澤・森

問題文：神谷

解説：大坂

問題概要

タスク

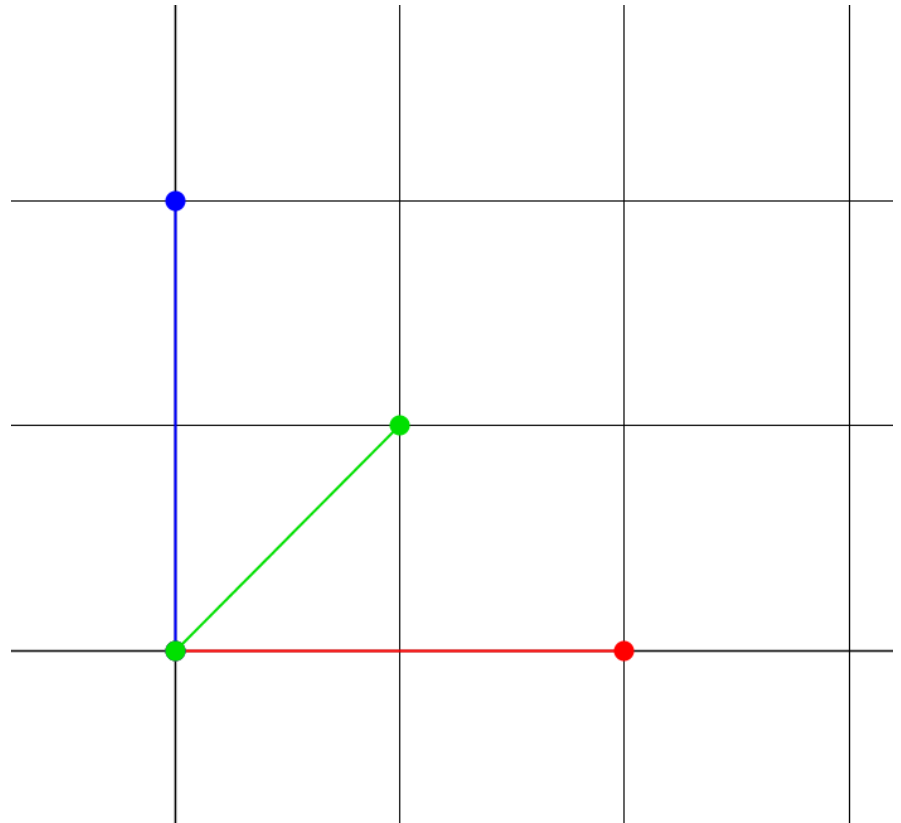
- 平面上にある3つの点列 A, B, C が与えられる
 - A_1, A_2, \dots, A_L は同一直線上
 - B_1, B_2, \dots, B_M は同一直線上
 - C_1, C_2, \dots, C_N は同一直線上
- 3つ組 (i, j, k) であって, C_k が A_i と B_j を結ぶ線分の midpoint であるものの個数を計算せよ

制約

- $1 \leq L, M, N \leq 10^5$
- $-10^5 \leq (\text{座標値}) \leq 10^5$
- 各点の各座標値は整数
- $(A_i)_i, (B_j)_j, (C_k)_k$ は各々同一直線上にある

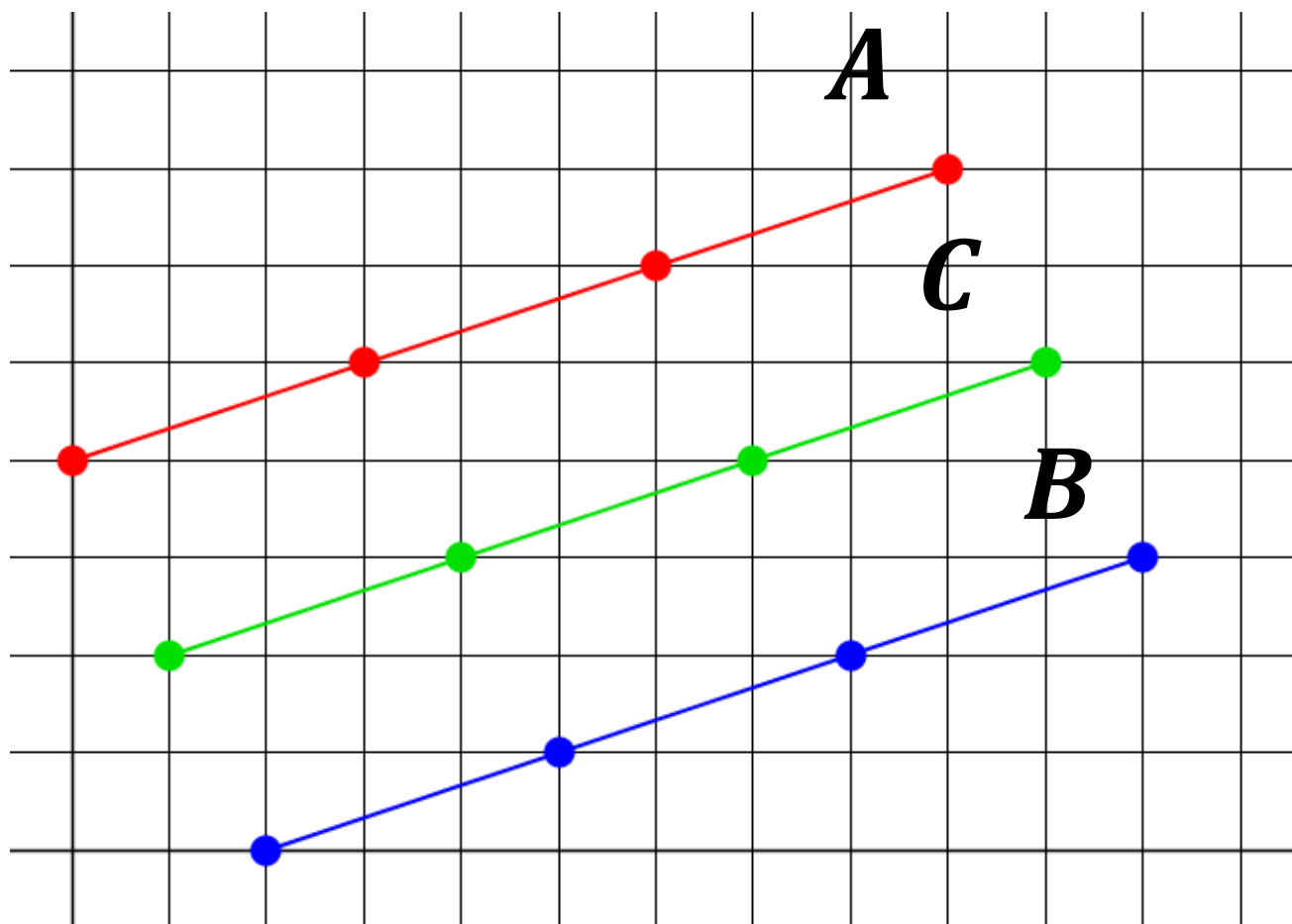
サンプル1

- 答え = 3
 - ※同じ座標に複数頂点がある



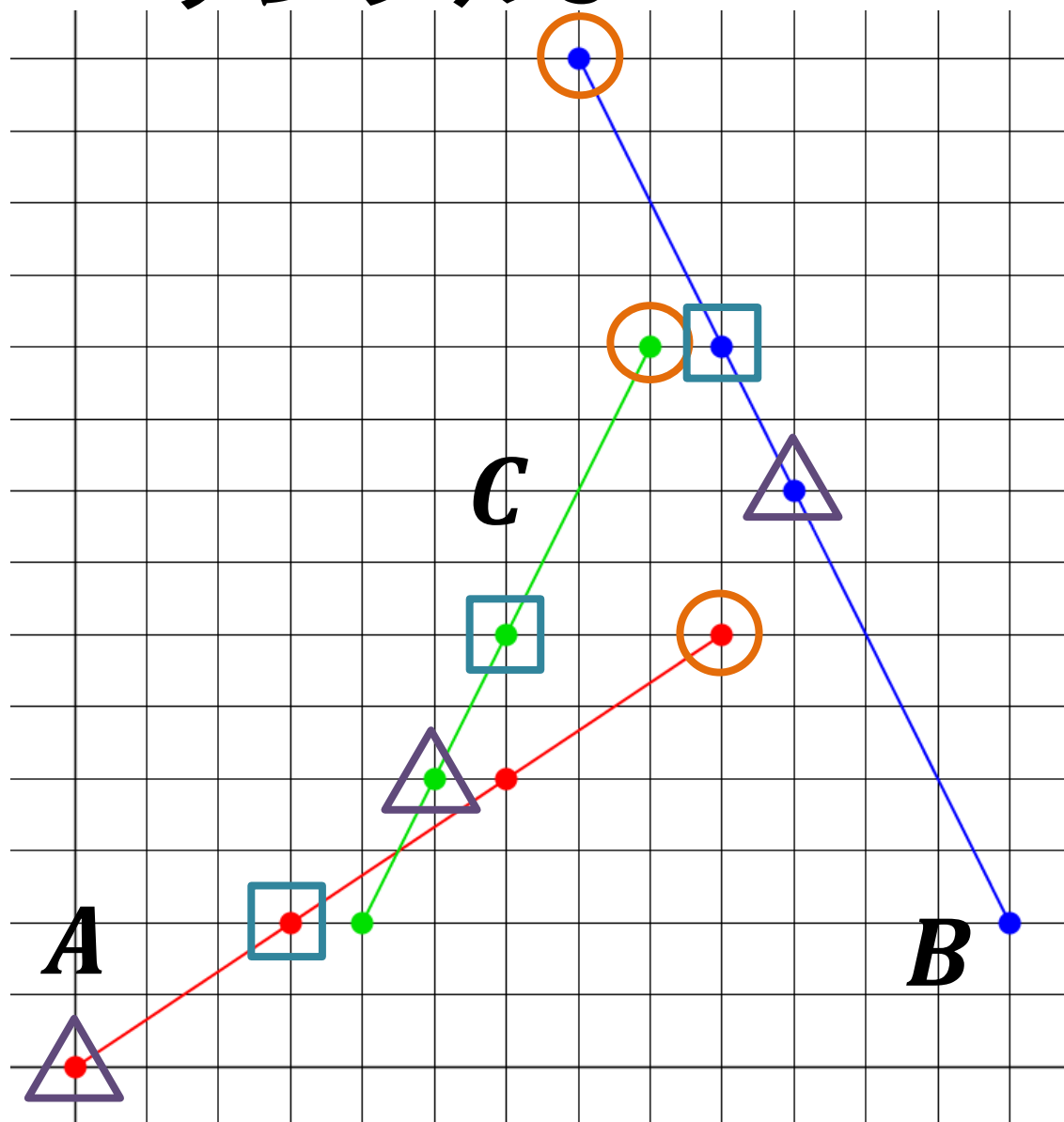
サンプル2

- 答え = 8



サンプル3

- 答え=3



解法

- 3直線を ℓ_A, ℓ_B, ℓ_C とする
 - $\ell_A = \{\kappa \mathbf{u} + P \mid \kappa \in \mathbb{R}\}$
 - $\ell_B = \{\lambda \mathbf{v} + Q \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$
 - $\ell_C = \{\mu \mathbf{w} + R \mid \mu \in \mathbb{R}\}$
 - ※直線が一意に決まらない場合は
($L = 1$ or $M = 1$ or $N = 1$)
 - 適当に点を追加する 又は,
 - $L \times M$ ループ, $M \times N$ ループ, $N \times L$ ループ
のどれかで全探索
- ℓ_A と ℓ_B が平行 / 非平行で場合分け

① l_A と l_B が平行でない時

- 任意の点 c について

$$\frac{a + b}{2} = c$$

なる l_A 上の点 a と l_B 上の点 b は唯一

$$- \frac{1}{2} \begin{bmatrix} u_x & v_x \\ u_y & v_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \\ \lambda \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} P_x + Q_x \\ P_y + Q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \end{bmatrix} \text{ を解くだけ}$$

- やること

- 各 C_k について, $\frac{a+b}{2} = C_k$ なる点 a, b を求めて
答 += ($A_i = a$ なる i の個数) \times ($B_j = b$ なる j の個数)
- ※同じ座標の点の個数は予め数えておく

- 計算量 $O(L + M + N)$

② l_A と l_B が平行である時

- 大事なこと

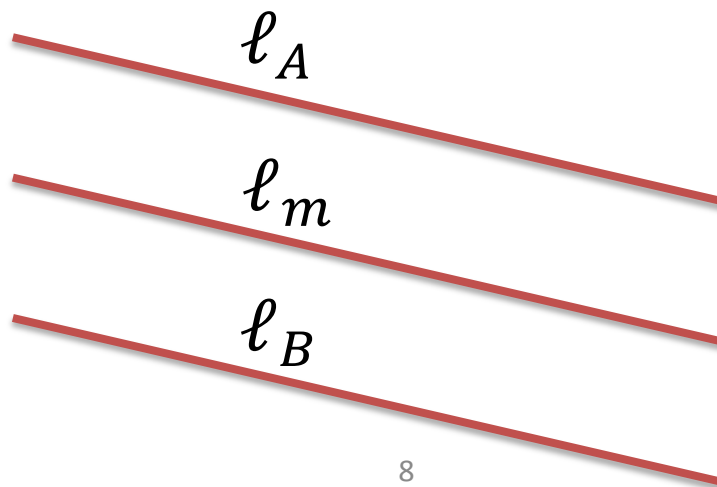
- $\frac{a+b}{2} = c$ なる l_A 上の点 a と l_B 上の点 b は複数ある

- しかし,

- l_A 上の点と l_B 上の点の中点はある直線 l_m 上にある

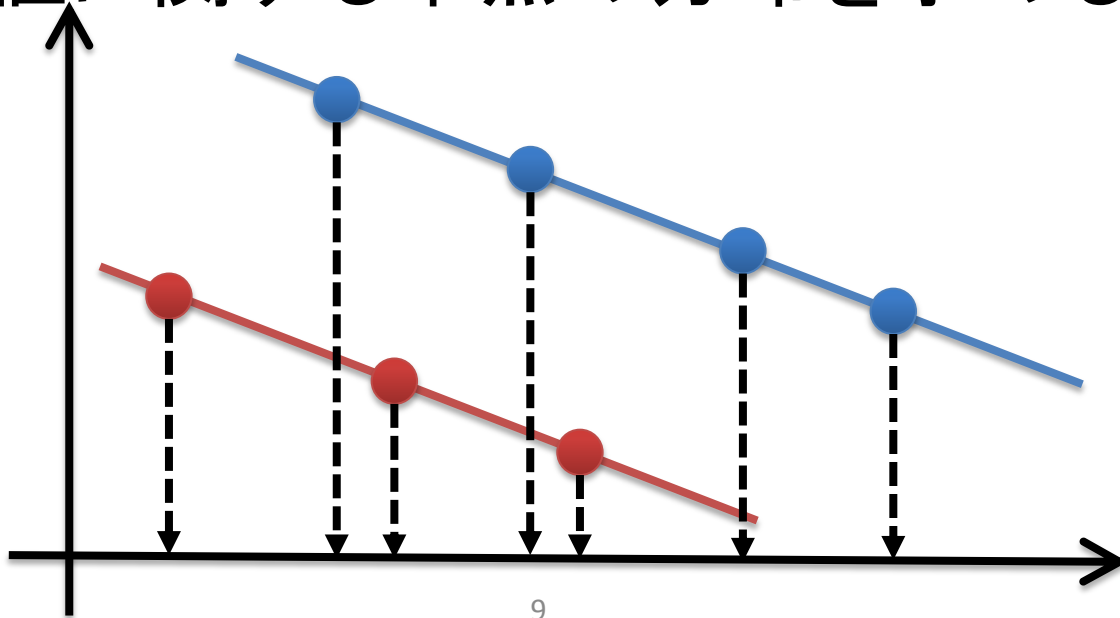
- \Rightarrow 中点は高々200,001種類

- $\Rightarrow A_i$ と B_j の中点の分布を求める



② l_A と l_B が平行である時

- 各 A_i, B_j を x 軸に射影して1次元で考える
(l_A が x 軸に直交なら y 軸)
- x/y 座標値から y/x 座標値は求まるので,
 x 座標値に関する中点の分布を求める



② l_A と l_B が平行である時

- $c_A[t]$: 「 A_i の x 座標 = t 」な i の個数
- $c_B[t]$: 「 B_j の x 座標 = t 」な j の個数
- 「 A_i と B_j の中点の x 座標 = t 」なる i, j の個数 $c_C[t]$ は

$$c_C[t] = \sum_i c_A[i] \cdot c_B[2t - i]$$

↑ 畳込み

- FFT 等で畳込む
- やること
 - 各 t について
 - 「 x 座標 = t 」な l_m 上の点 c' を計算
 - 答 += $c_C[t] \times (C_k = c'$ なる k の個数)

② l_A と l_B が平行である時

- 計算量: $O(L + M + N + R \log R)$
 - ※ R は座標のとり値の範囲

ジャッジ解

- 大坂 : 6480 bytes, 296 lines, Java
- 澤 : 5972 bytes, 190 lines, C++
- 森 : 5950 bytes, 208 lines, C++

結果

- AC / Submission
 - 3 / 40 (7.5%)
- AC / Trying
 - 3 / 6 (50.0%)
- First AC
 - 続δ苔の王(♫) (team) (76:41)