

JAG ICPC模擬国内予選2026

D: Box Tower

原案: Dispersion

問題文: igeee

データセット: Dispersion

解答: Dispersion, igeee, hos, kotatsugame, mtsd, not, potato, riantkb,
shobon, tempura0224

解説: igeee

問題概要

- 各面に数字が書かれた立方体の箱N個からいくつかを選び、回転させ積み上げタワーをつくる
- タワーの各側面の、最小値と最大値からなる区間が共通部分を持たないように積み上げる時、最大で何個積み上げられるか

制約:

$$1 \leq N \leq 6$$

$$1 \leq \text{各面の色} \leq 6N$$

全ての立方体の各面の色は相異なる

解法

- タワーの各側面の色の範囲を固定し全探索する方法(A)
- 枝刈りをして、箱の置き方を全探索する方法(B)

タワーの各側面の色の範囲を固定し全探索する方法(A)

- 色1から6Nを $[1, c_1), [c_1, c_2), [c_2, c_3), [c_3, 6N+1)$ の4つの区間に分解する
- タワーの4側面の色の区間を固定したときに、それぞれの箱について、条件を満たす置き方ができるか判定する。置ける個数の最大値が答え
 - 各立方体の置き方(24通り)だけでなく、色の区間の並び替え ($4!=24$ 通り)があることに注意
- 計算量はケースあたり $O(N^4)$.
実際は $C(6N, 3) \times 24 \times 4! \times 4 \times N$ 程度の処理を行う
- 立方体の置き方を前面が最小のものだけ採用(24→6通り)や、色の区間を1つ固定して並び替える($4! \rightarrow 3!$ 通り)など計算量の改善が可能

枝刈りをして、箱の置き方を全探索する方法(B)

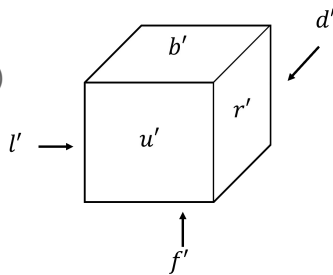
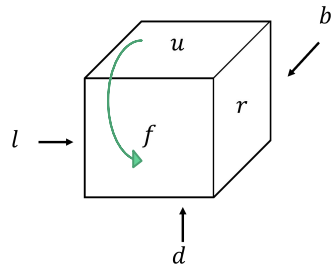
- 各箱について(使わない / 向きを決めて使う)を全探索すると $(24+1)^N$ 通り試す必要がある. $25^6 \approx 2.4 \times 10^8$ で最大10ケースあるため工夫なくACは難しい
- 箱の向きを決めた時点で条件を満たさない場合は、その先を探索しない枝刈りにより、計算量を大きく削減できる
- 計算量は適切に実装を行うことで $O(4^N)$
 - すでに1個以上の箱が置かれていると、タワーの4側面に対応する区間の大小順が決まっている
 - 次の箱について、上下面にする面の組を $((u,d),(f,b),(l,r))$ のいずれかに固定したとき、4側面の色をどの側面に対応させるかは高々1通り
 - よって、条件を満たす置き方は高々3通りであり「使わない」を含めても分岐数は高々4通り
 - 最初に置く箱だけは24通りを試す必要があるため、全体の計算量は

$$1 + \sum_{k=1}^N 24 \cdot 4^{N-k} = O(4^N) \text{ となる.}$$

立方体の面情報の管理について

- 構造体などで、各面の情報を管理

- 立方体を回転させる操作が3回のswapで可能
- 例えば $u \rightarrow f$ の方向の回転は $\text{swap}(u,f), \text{swap}(u,d), \text{swap}(u,b)$ （回転前の場所で表記）
- ライブラリが用意してあると手間が省ける



- 側面情報だけを管理

- 今回は側面の情報しか利用しないため、ライブラリがない場合はこちらのほうが実装が容易？
- $[f,r,b,l], [f,l,b,r], [u,f,d,b], [u,b,d,f], [u,l,d,r], [u,r,d,l]$ それぞれの巡回シフトを考えれば良い

ジャッジ解

- Dispersion (C++): 66 lines, 1.5 kB
- igeee (C++): 96 lines, 2.4 kB
- hos (C++): 109 lines, 2.9 kB
- kotatsugame (C++): 70 lines, 1.1 kB
- mtsd (C++): 104 lines, 2.5 kB
- not (C++): 105 lines, 2.8 kB
- potato (C++): 50 lines, 1.4 kB
- riantkb (Python): 46 lines, 1.3 kB
- shobon (C++): 214 lines, 4.0 kB
- tempura0224 (C++): 100 lines, 2.5 kB

統計情報

- AC teams / Trying teams
 - 75 / 95
- First Acceptance
 - Rinshan Solution (19 min)