

JAG ICPC模擬国内予選2024

E: ジェットコースター2

原案: riantkb

問題文: pachicobue

データセット: hotman

解答: hos, hotman, pachicobue, potato167, riantkb, smiken, tatyam

解説: hotman

問題概要

- 長さ N の数列 $A (A_1, A_2, A_3, \dots, A_N)$ 及び 整数 M が与えられる
- 数列 A の隣接する二つの要素を高々一回スワップして出来る数列 B を考える
- 次に B について, 以下の条件を満たす非空な連続部分列 $C_1, \dots, C_K (K \geq 1, K: \text{任意})$ への分割を考える
 - C_1, \dots, C_m の順に並べた列が B に一致する
 - $1 \leq i \leq m$ に対して C_i 内の要素の総和が M 以下
- 数列の分割数 K として取りうる値の最小値を求めよ
- 制約
 - $2 \leq n \leq 2 \times 10^5$
 - $1 \leq M \leq 10^9$
 - $1 \leq a_i \leq M$
 - すべてのデータセットに対する N の合計は 2×10^6 を超えない

考察1

- スワップしない場合先頭から加えていけば良い
- 以降 (これ以上加えられなくなった連続部分列の数) * M + (現在更新中の連続部分列の要素の総和) をスコアとして定義する
- スコアの更新は以下の式で出来る

$$\circ \quad (\text{now_score}) \oplus (\text{number}) = \begin{cases} (\text{now_score} + m - 1)/m * m + (\text{number}) \\ \text{(現在更新中の連続部分列に加えられない場合)} \\ \\ (\text{now_score}) + (\text{number}) \\ \text{(現在更新中の連続部分列に加えられる場合)} \end{cases}$$

想定解1 動的計画法

- 以下のような動的計画法が考えられる
- $dp[n][flag] = A$ の先頭 n 項(A_1, \dots, A_n) に対するの最小スコア. ただし, 列を並び替え済みなら $flag = 1$, そうでないなら $flag = 0$
- すると, $dp[n][0]$ からの遷移先は以下の通り
 - $dp[n][0]$ から $dp[n+1][0]$ に $dp[n][0] \oplus A_{n+1}$
 - $dp[n][1]$ から $dp[n+1][1]$ に $dp[n][0] \oplus A_{n+1}$
 - $dp[n][0]$ から $dp[n+2][1]$ に $dp[n][0] \oplus A_{n+2} \oplus A_{n+1}$
- 計算量は $O(N)$ となる

想定解2 前後から貪欲に取る

- 以下のように先頭/後ろ n 項に対する最小スコアを計算する
- $\text{left}[n] = A$ の先頭 n 項(A_1, \dots, A_n) に対するの最小スコア
- $\text{right}[n] = A$ の後ろ n 項(A_N, \dots, A_{N-n+1}) に対するの最小スコア
- 次に $0 \leq n \leq N-1$ に対して以下の2つの値を計算し結果を合成する
 - $\text{left}[n] \oplus A_{n+2} \oplus A_{n+1}$
 - $\text{right}[N-2-n]$
- 合成はこれ以上加えられなくなった連続部分列の数を合計し, 左右の現在更新中の連続部分列を同士をまとめて一つに出来るなら+1, 出来ないなら+2 すれば良い
- 計算量は $O(N)$ となる

別解

- 他にもセグメントツリーを使用した解法等幾つかの解法を考える事が出来る

おまけ 一回もスワップしない場合は考えないで良い

- 元の状態で同じコースターに乗る2グループが存在するならば、その2グループをスワップしても答えは変わらない
- そのような2グループが存在しないならば、すべてのグループは別々のコースターに乗っていることになり、どうスワップしても答えが悪くなることはない

ジャッジ解

- hos (C++) : 75 lines, 2142 bytes
- hotman (C++) : (解1) 40 lines, 935 bytes/ (解2) 40 lines, 955 bytes
- pachicobue (C++) : 84 lines, 2474 bytes
- potato167 (C++) : 59 lines, 1345 bytes
- riantkb (Python) 47 lines, 1016 bytes
- smiken (C++) : 68 lines, 1037 bytes
- tatyam (C++) : 46 lines, 1125 bytes