

JAG ICPC模擬国内予選2026

G: XOR 旅行計画

原案: mtsd

問題文: uruzunyaa

データセット: potato167

解答: climpet, hint908, hos, kotatsugame, mtsd, potato167, riantkb, tempura0224

解説: riantkb

問題概要

- N 頂点 M 辺の、辺に重みがついた有向グラフが与えられる。
 - 多重辺はないが自己辺はあり得る
- 通った辺の本数が L である walk のうち、「通った辺の重みの XOR」が K 番目に大きいものの「通った辺の重みの XOR」を求めよ。
 - そもそもそのような walk が K 通り未満なら -1 を出力
- 制約
 - テストケース数 ≤ 10
 - $1 \leq N \leq 10$
 - $0 \leq M \leq N^2$
 - $0 \leq w_i \leq 10^{18}$ (w_i : 辺 i の重み)
 - $1 \leq L \leq 8$
 - $1 \leq K \leq 10^9$

TLE 解法 $O(N^{L+1})$

- dfs などで長さ L の walk をすべて列挙し K 番目を求める
- $N \leq 10, L \leq 8, 10$ ケースなのでこれはさすがに通らなそう

解法

- 半分全列挙を用いて walk を列挙することを考える
 - $\text{ceil}(L/2)$ 番目に通る頂点を決めて、その前後を列挙する、など
 - この計算量は $O(N^{\{\text{ceil}(L/2) + 1\}})$ など
- 上記を行うと、以下のような問題になる
 - 整数のリストが 2 つ与えられる。それぞれからひとつずつ整数を選んで XOR を取ってできる値からなる多重集合の中で K 番目に大きい値を求めよ。
 - （ただし、実際には整数のリストのペアは N 個ある）

解法

- これは、例えば以下のようにするとできる
- BinaryTrie を $2N$ 個作る。「BinaryTrie のノードのポインタのペア」のリストを管理し、以下を行う。
 - 答えの整数を上から確定させていく
 - 上から i 番目の bit が 1 であるような整数の個数が rem 以上ならば上から i 番目の bit が 1、そうでなければ (rem から個数を引いたうえで) 0 と確定させていける
 - 上から i 番目の bit が 1 であるような整数の個数は、各ポインタのペアについて、片方を 0 に遷移、もう片方を 1 に遷移した先の cnt の積を求めてその総和で求まる
 - 確定した後の遷移先は $(0, 1)$ と $(1, 0)$ (または $(0, 0)$ と $(1, 1)$) の 2 通りあるが、これは (積が 0 でないことを確認したうえで) 両方リストに追加して問題ない
 - あるポインタについてそのペアになるものは高々 1 通りなので、「ポインタのペア」のリストの長さは $O(N^{\lceil L/2 \rceil + 1})$ で抑えられる

解法

- なお、実は BinaryTrie ではなく整数のリストを直接管理してもよい
 - 整数のリストのペアを管理し、遷移は「XORしたときに i 番目の bit が b になる」を満たすようにペアを 2 つに分裂させることを考える
 - 各整数は高々 $\log \max(w_i)$ 回しか移動しないので、計算量は悪化していない
 - BinaryTrie を使うよりこちらの方がより高速になりやすい

解法

- 以上より、 $O(N^{\lceil L/2 \rceil + 1} \log \max(w_i))$ など解くことができた。
- 「大きい方から K 番目の値を二分探索」や、
Trie を潜るとき毎回 root から潜る、など追加で $\log$ をつけてしまうと
TLE する可能性が高いです

ジャッジ解

- climpet (C++): 134 lines, 2.3kB
- hint (C++): 134 lines, 3.9kB
- hos (C++): 196 lines, 4.7kB
- kotatsugame (C++): 180 lines, 3.2kB
- mtsd (C++): 222 lines, 5.5kB
- potato167 (C++): 88 lines, 2.3kB
- riantkb (Python): 89 lines, 2.8kB
- tempura0224 (C++): 259 lines, 5.8kB

統計情報

- AC teams / Trying teams
 - 12 / 25
- First Acceptance
 - 全体:MPJ (93 min)
 - 現役:Rinshan Solution (96 min)