

# JAG ICPC模擬国内予選2026

## H: 石取りゲーム

---

原案: hint908

問題文: climpet

データセット: potato167

解答: climpet, hint908, hos.lyric, kotatsugame, potato167

解説: hint908

# 問題概要

- 木があり、頂点  $i$  には石が  $s_i$  個置かれている。
- 2人でゲームをする。交互に、以下の2条件を満たす頂点  $v$  を選び  $v$  に置かれている石を1つ取り除く。
  - 石が1つ以上置かれている
  - 隣接する頂点に置かれている石の個数の総和を2で割った余りは、 $k$  である。
- 先に操作できなくなったほうが負け、そうでないほうが勝ちである。
- $k = 0, 1$  のそれぞれについて、先手と後手のどちらが勝ちますか？石の個数を変更するクエリを処理しながら教えてください。

## 解法: $k = 0$

- 元のグラフを  $G$ 、奇数個の石が置かれている頂点のみからなる誘導部分グラフを  $G'$  とする。
- 最終状態(操作ができず、勝敗が決した状態)である
  - ⇒  $G'$  に含まれる頂点の次数はすべて奇数
  - ⇒  $G'$  に存在する頂点数は偶数
    - グラフ内の頂点の次数の総和は偶数であるため
  - ⇒  $G'$  に含まれる頂点に置かれている石の個数の総和は偶数
  - ⇒  $G$  に含まれる頂点に置かれている石の個数の総和は偶数
- 逆に、 $G$  内の石の個数の総和が奇数なら、 $G'$  内に偶数次数の頂点があることになり、その頂点に対して操作できるため最終状態でない

## 解法: $k = 0$

- 最終状態において、石の個数の総和は偶数
  - 操作によって、石の個数の総和の偶奇は必ず変化する
- ⇒ 初期状態において、石の個数の総和が奇数なら先手勝利  
石の個数の総和が偶数なら後手勝利
- 石の個数の総和が管理できればよく  $O(N+Q)$  時間

## 解法: $k = 1$

- 元のグラフを  $G$ 、奇数個の石が置かれている頂点のみからなる誘導部分グラフを  $G'$  とする。
- 頂点  $v$  に対して操作するとき、 $v$  に隣接する  $G'$  に含まれる頂点は奇数個である
- 操作で  $G'$  内の辺の本数の偶奇が必ず変化する
  - $G'$  内の辺 = 奇数個の石が置かれている頂点間を結ぶ辺

## 解法: $k = 1$

- 最終状態である
  - $\Rightarrow G'$  に含まれる頂点の次数はすべて偶数
  - $\Rightarrow G'$  に辺は存在しない
    - $G'$  は森であることから、辺が存在する  $\rightarrow$  葉 (次数 1 の頂点) が存在する
  - $\Rightarrow G'$  内の辺は偶数本
- 逆に、 $G'$  内に奇数本の辺があれば、次数 1 の頂点が存在し、その頂点に対して操作できるため最終状態でない

## 解法: $k = 1$

- 最終状態において、奇数個の石が置かれている頂点間を結ぶ辺は偶数本
- 操作で、奇数個の石が置かれている頂点間を結ぶ辺の本数の偶奇は必ず変化する

⇒ 初期状態において、(略)を結ぶ辺の本数が奇数なら 先手勝利  
偶数なら 後手勝利

- (略)を結ぶ辺の本数が管理できればよく  $O(N+Q)$  時間
  - 根付き木を取って、子に置かれている石の個数を管理するなど

# ジャッジ解

- potato 76 lines, 1.7kB
- climpet 86 lines, 1.3kB
- hint 119 lines, 3.2kB
- hos 332 lines, 8.9kB
- kotatsugame 82 lines, 1.3kB

# 統計情報

- AC teams / Trying teams
  - 12 / 16
- First Acceptance
  - yawn at the top (43 min)