

JAG ICPC模擬国内予選2025

I: 最高のケーキを作ろう

原案:Dispersion, hint908, karinohito, torii, riantkb

問題文:hint908

データセット:Dispersion

解答:Dispersion, hint908, hos, riantkb

解説:Dispersion

問題概要

- 2次元平面上に N 個の点があり、 i 番目の点は (x_i, y_i) にあり重み w_i をもつ
- 次の操作を 0 回以上行える：
 - 点を通らない直線を選び、一方の領域を捨てる
- 残った領域に含まれる点の重みの総和の最大値は？

制約

- $1 \leq N \leq 300$
- $-100,000 \leq x_i, y_i \leq 100,000$
- $-10^9 \leq w_i \leq 10^9$

解法

問題文を言い換える

- 問題文中の操作を繰り返すことで得られる図形 → 凸多角形



- 点を好きに選べる凸多角形のうち、真に内部にある点の重みの総和は？



- 入力の N 点から何点かを選んでできる凸包(退化あり)について、
境界または内部に含まれる点の重みの総和は？

解法

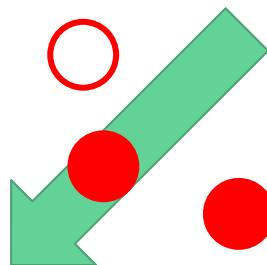
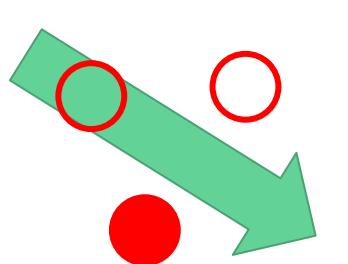
- Library Checker (Count Points in Triangles)

https://judge.yosupo.jp/problem/count_points_in_triangle

を意識して次のような変換を考える

- 2点を結ぶ有向辺について、その辺の重みを次で定める

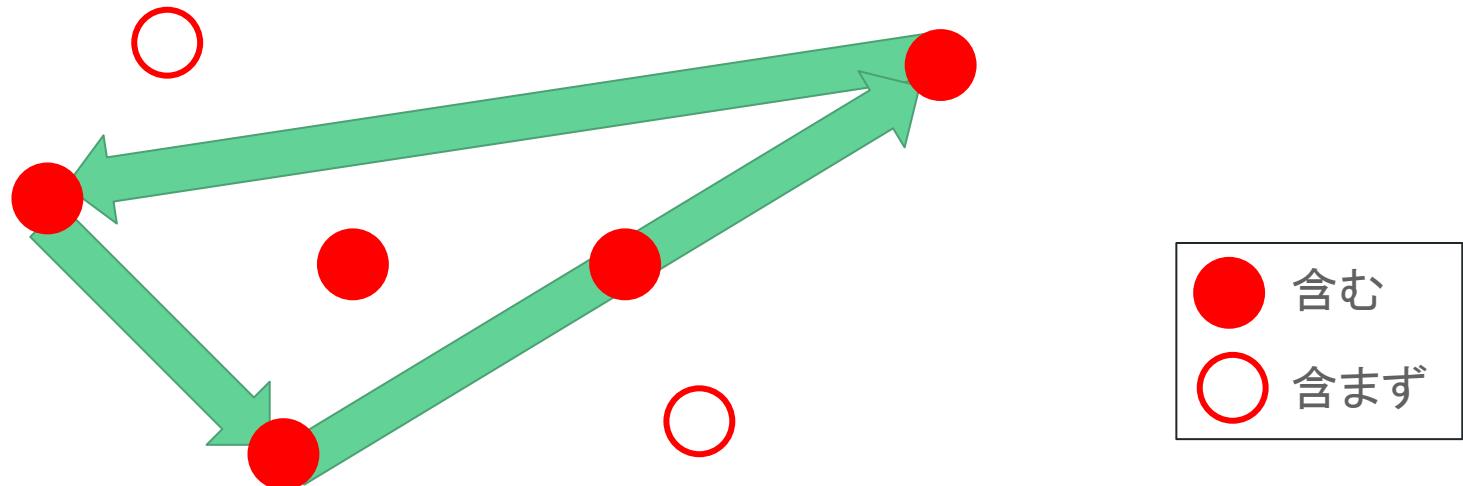
- その点から y 座標正の方向に伸ばしたとき、辺とぶつかるような点の重みの和
 - ただし、辺が右向きなら辺上の点は含まず、左向きなら含む



解法

- これにより(端点の適切な処理のもと)点の重みを辺の重みに変換できる:

ある点群の凸包内部(境界含む)の点の重み和
=凸包の境界を構成する反時計回りの辺の重みの和



解法

- 次の DP により先ほどの問題に答える
- $DP[s][t] :=$ 頂点 s を始点、頂点 t を終点とする凸包の一部のうち、
経由した辺の重み和の最大値
- これは任意の2点間の有向辺を偏角ソートしたのち、
始点 s にあたるもの全探索することで解くことができる
(参考: <https://atcoder.jp/contests/abc202/editorial/7980>)
- 時間計算量は $O(N^3)$

ジャッジ解

- Dispersion (C++): 99 lines, 2.66 kB
- hint908 (C++): 141 lines, 4.16 kB
- hos (C++): 134 lines, 4.92 kB
- riantkb (C++): 135 lines, 4.18 kB

統計情報

- AC teams / Trying teams
 - 0 / 2
- First Acceptance
 - なし