

A: Maximum Diameter

原案:vwxyz

問題文:climpet

データセット:hint908

解答:hint908, kotatsugame, vwxyz

解説:potato167

問題概要

- 長さ $N - 1$ の数列 X に対して、 $f(X)$ を以下のように定義します
 - N 頂点の木であって、 i 番目の辺の端点が $X[i]$ であるようなもののうち直径の最大値
- 長さ $N - 1$ の整数列 A, B が与えられるので、 $k = 2, 3, \dots, N - 1$ について以下を解いてください
 - コスト $2^{B[i]}$ を支払って、 $A[i]$ を任意の整数に変えるという操作を任意の回数できるとき、 $f(A) = k$ とするために必要なコストの最小値を 998244353 で割ったあまりを出力してください
- ただし $(A[i], B[i])$ は互いに相異なります
- $3 \leq N$ であることから答えは必ず存在する

解法

A に出てくる i の数を $C[i]$ としたとき、 $f(A) = \sum \min(2, C[i])$ と表せる

- 直径はパスなので、頂点から 3 本以上の辺が生えてても無駄になる
- よって、 $\min(2, C[i])$ しか直径に寄与できない
- そしてこの上界は達成可能である
- 今後は整数 i, j を選んだ後、コスト $2^{B[i]}$ を払い、 $C[A[i]]$ を 1 減らし、 $C[j]$ を 1 増やす操作をすることにする
(i は高々 1 回しか選べない)

$k \geq f(A)$ のとき

$C[A[i]] \geq 3$ であるもののうち、 $B[i]$ が最小のものを選び変え続ける

- C の総和が固定のため、 $\Sigma \min(2, C[i])$ を増やすためには
 $C[A[i]] \geq 3$ かつ $C[j] < 2$ である i, j を選ばなければならない
($C[j] = 0$ となる j が存在するため、valid な j は必ず存在する)
- コストは i 依存のため、 $B[i]$ の小さい i を選びつつ
上記の操作を $k - f(A)$ 回するのが良い
- 下の表の場合、 $B[i] = (1, 2, 3, 5)$ の順に選べば良い

A	9	1	1	1	1	1	6	6	6	7	7
B	8	9	2	7	1	5	6	3	10	4	1

$k < f(A)$ のとき

$A[i]$ を変更しないような i に対して $2^{B[i]}$ の利益を得ることにする
頂点ごとに 2 つの利益の塊にする

- 頂点 v ごとに $A[i] = v$ であるような i に対する $B[i]$ を含む列を B_v とし、 B_v を降順ソートする
- $C[v] = 1$ とする利益は $2^{B_v[1]}$
 $C[v] = 2$ とする利益は $2^{B_v[k]}$ の総和
- これらを $p1, p2$ とする
- $A[i]$ が同じとき $B[i]$ が相異なるので、必ず $p1[i] > p2[i]$

頂点	B
1	5, 3, 1
2	
3	
4	7
5	6, 2
6	



頂点	p1	p2
1	32	10
2	0	0
3	0	0
4	7	0
5	64	4
6	0	0

$k < f(A)$ のとき

$p1, p2$ を大きい順に k 個とる。ただし $p2$ は少なくとも 1 つ選ばれるように

- $p1, p2$ のうち大きいものを k 個とり
残りを適当な頂点に移す
 - 同じ値でどちらも $p1$ のときは、 $p2$ が大きい方
- ただし、 $p2$ が 1 つ以上選ばれないと
移す先がいなくなってしまう
- 大きいもの k 個のうち、 $p2$ がないなら
 $p1[i]$ が選ばれている i のうち、
 $p2[i]$ の最大を選ぶ(右の青枠)
- $(A[i], B[i])$ が相異なるので、これが最適

$k = 2$ のとき

頂点	p1	p2
1	32	10
2	0	0
3	0	0
4	7	0
5	64	4
6	0	0

$k = 3$ のとき

頂点	p1	p2
1	32	10
2	0	0
3	0	0
4	7	0
5	64	4
6	0	0

ジャッジ解

- hint C++ 252 lines, 7.3kB
- kotatsugame C++ 186 lines, 4.0kB
- vwxyz Python 75 lines, 1.9kB

統計情報

- AC teams
 - 0 + 0 teams
- First Acceptance
 - N/A