

E: JAG City Marathon I

原案: Dispersion

問題文: KKT89

データセット: potato167

解答: hos, potato167, KKT89

解説: potato167

問題概要

- 順列 P が与えられる
- $((1, P[1]), (2, P[2]), \dots, (N, P[N]))$ を適切に並び替えてできた列を A とする
- $\sum_{1 \leq i \leq N} \text{abs}(A[i].x - A[i + 1].x) + \text{abs}(A[i].y - A[i + 1].y)$ を最大化せよ

- 入出力例だと、 $((1, 2), (2, 4), (3, 1), (4, 3))$ を並び替え、
 $((1, 2), (4, 3), (3, 1), (2, 4))$ として上記の値を最大化している

$$|1 - 4| + |4 - 3| + |3 - 2| + |2 - 1| = 6$$

$$|2 - 3| + |3 - 1| + |1 - 4| + |4 - 2| = 8$$

$$6 + 8 = 14$$

(別にそのままでいい)

解法

一次元バージョンの答えへの寄与は山の部分の寄与がプラス
谷の部分の寄与がマイナスになる

- 数列 B に対して、 $\sum \text{abs}(B[i] - B[i + 1])$ を考える
- $B[i - 1] < B[i] > B[i + 1]$ となっているとき、 $B[i]$ の答えへの寄与は $2 * B[i]$
- $B[i - 1] > B[i] < B[i + 1]$ となっているとき、 $B[i]$ 答えへの寄与は $-2 * B[i]$
- 他の部分への寄与はゼロになる
- この最適化問題を 2 つ同時にしたいということになる

解法

できるだけ小さい値の寄与をマイナスに、大きい値の寄与をプラスにしたい

- $N/2$ 以下の値を -, $N/2 + 1$ 以上の値を +、 $(N + 1)/2$ を 0 とする
- + の寄与をプラスに、- の寄与をマイナスにするのが自明な上界
- + は隣接 2 要素がどちらも + でなければ寄与は必ずプラスになる
- - は隣接 2 要素がどちらも - でなければ寄与は必ずマイナスになる
- この組を適切に並び替える

解法

組の種類数が少なければ自明な上界が達成可能

- 組が $(+, +)$, $(-, -)$, $(0, 0)$ からなるとき、次のようにして並び替えると良い

x	+	-	+	-	+	-	+	-	0
y	+	-	+	-	+	-	+	-	0

- 組が $(+, -)$, $(-, +)$, $(0, 0)$ からなるとき、次のようにして並び替えると良い

x	+	-	+	-	+	-	+	-	0
y	-	+	-	+	-	+	-	+	0

解法

N が偶数の場合、自明な上界は不可。自明な上界 -2 が可能

- 例えば全ての組が 2 個ずつのとき、少なくとも 2 つダメなポイントがある

x	+	-	+	-	+	-	+	-
y	+	-	-	+	-	+	+	-

- その場合、+のなかで最小、-のなかで最大を入れればいいし、必ず存在する

x	+	-	+	-	+	-	+	-
y	+	-	4	+	-	+	5	-

解法

(0, 0) が存在する場合、自明な上界 - 2 が達成可能

- 例えば残りの組が 2 個ずつのとき、少なくとも 1 つダメなポイントがある

x	+	-	+	-	+	-	+	-	0
y	+	-	+	-	-	+	-	+	0

- 前と同じく+のなかで最小、-のなかで最大を入れればいいし、必ず存在する

x	+	-	+	-	+	-	+	-	0
y	+	-	+	4	-	+	-	+	0

代わりに
マイナスの寄与

解法

0 が分かれているときは、自明な上界が達成可能

- $(0, +)$, $(+, 0)$ からなるとき、次のようにして並び替えると良い

x	+	-	+	-	0	+	-	+	-
y	0	-	+	-	+	-	+	-	+

- $(0, +)$, $(-, 0)$ からなるとき、次のようにして並び替えると良い

x	-	+	-	+	0	-	+	-	+
y	0	-	+	-	+	-	+	-	+

- $(+, +)$, $(+, -)$, $(-, +)$, $(-, -)$ の組の数は、上の形ができるような数に必ずなっている

実装

同じ型の組の中を適切にソートする

- 最適解 - hoge のときの実装が一番しんどい？

- その場合、+のなかで最小、-のなかで最大を入れればいいし、必ず存在する

x	+	-	+	-	+	-	+	-
y	+	-	4	+	-	+	5	-

- (+, -), (-, +) は y の値で降順ソートし、
(+, +), (-, -) は y の値で昇順ソートしておけば、この通り並べるだけで済む

ジャッジ解

- | | | | |
|----------------|-----|------------|--------|
| ● hos | C++ | 162 lines, | 4.7kB |
| ● kkt89 | C++ | 96 lines, | 2.4kB |
| ● potato | C++ | 85 lines, | 2.3kB |
| ● potato (GPT) | C++ | 655 lines, | 14.5kB |

統計情報

- AC teams
 - 1 + 2 teams
- First Acceptance
 - polyrhythm (209 min)