

Colored Tree and Path

原案：someone_

問題概要

各頂点に色がついた N 頂点の木が与えられる

以下の形式で与えられるクエリに Q 回答えよ

- $u_1 v_1 u_2 v_2$: 以下の条件を満たす N 以下の整数 K の最大値
 - $j = 1, 2, \dots, K$ について, $u_1 v_1$ パスに含まれる色 j の頂点の個数と $u_2 v_2$ パスに含まれる色 j の頂点の個数は等しい

考察

特殊な場合を考える

$K = N$ か？という判定問題の場合

→ 2つのパスに含まれる各色の頂点の個数がすべて等しいか？

→ 多重集合の一致判定

→ ハッシュ

考察

各色にハッシュ値 h_i を振っておき，各頂点に h_{c_i} という値があるとする

$K = N$ である $\Leftrightarrow$ 2 つのパスの頂点の値の総和が等しい

K が動く場合：単調性があるため二分探索したい

すべてのクエリに対して二分探索する $\rightarrow$ 並列二分探索

解法① Euler Tour + Segment Tree

$\text{seg}_k :=$ 色 k の頂点のハッシュ値の総和

DFS順に頂点を見ていき，適切に足し引き

- 頂点に値があるので，lca の値を足すかの場合分けが必要

計算量は $O((N + Q)\log^2(N))$

Rolling Hash を経由しても似たような解法になる

解法② HLD + Segment Tree

$\text{seg}_k :=$ 頂点 k のハッシュ値（有効になるまでは 0）

色の昇順に頂点を有効にしていき，HLD で区間和取得

計算量は $O((N + Q)\log^3(N))$

- BIT を用いるなど定数倍が重くなければ十分間に合う

まとめ

解法自体は比較的まっすぐだが、実装が重めの問題

- この問題で使うライブラリ程度は持っておくとよさそう
- 実装方針によって実装量・定数倍もそこそこ異なる
 - チームの誰が実装を担当するかでかかる時間が結構変わるかも？

余談： $O((N + Q)\log(N))$ でも解けます

統計情報

- AC teams
 - 6 + ?
- First Acceptance
 - AMATSUKAZE (01:46)