

# J : Just Believe in Binary Search

---

原案 : torisasami

解説 : torisasami

## 問題概要

- $\{1, 2, \dots, N\}$  の順列であって、二分探索で  $K$  を発見できるものの数を  $\text{mod } 998244353$  を求める
- $T$  個のケースに答える

制約:  $T \leq 10^5, 1 \leq K \leq N \leq 10^6$

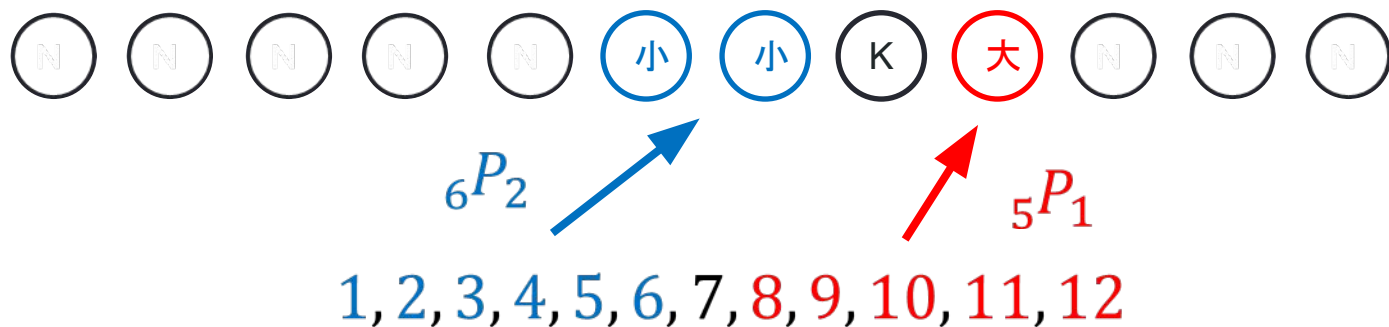
## 解法 (1/4)

調べた部屋の番号は  $K$  との大小関係のみが重要であり、  
具体的な値は重要でない

→  $K$  を発見するまでに調べた部屋番号と  $K$  の大小関係の列を固定して、  
それに合致するような順列の個数を考える

## 解法 (2/4)

$N = 12, K = 7$ ,  $K$  の前に調べた部屋が (小, 大, 小) の場合



残った部分の並び:  $8!$  通り

小が  $a$  個, 大が  $b$  個のとき:  ${}_{K-1}P_a \times {}_{N-k}P_b \times (N-1-a-b)!$

## 解法 (3/4)

小が  $a$  個, 大が  $b$  個のとき:  ${}_{k-1}P_a \times {}_{N-k}P_b \times (N-1-a-b)!$

列の長さとその中の小の数が決まると上記の係数も決まる

すべての valid な大小関係の列についてこれを足せばよい

列が valid であるとは: 列に従って  $l$  や  $r$  を更新したとき、最終的な  $r-l$  の値が 2 以上になっている

$r-l$  の初期値は  $N+1$

小が出たとき:  $r-l \rightarrow \left\lfloor \frac{r-l+1}{2} \right\rfloor$

大が出たとき:  $r-l \rightarrow \left\lfloor \frac{r-l}{2} \right\rfloor$

## 解法 (4/4)

$r - l$  の初期値は  $N + 1$

小が出たとき:  $r - l \rightarrow \left\lfloor \frac{r-l+1}{2} \right\rfloor$

大が出たとき:  $r - l \rightarrow \left\lfloor \frac{r-l}{2} \right\rfloor$

→ 列の長さが  $k$  のとき、操作後の  $r - l$  の値は  $\left\lfloor \frac{N+1}{2^k} \right\rfloor$  or  $\left\lfloor \frac{N+1}{2^k} \right\rfloor + 1$

(列の長さ, 列のうち小の数,  $r - l$  の値) の種類数は  $r - l$  の値  $\geq 2$  の部分では  $O(\log^2 N)$  通りしかない

dp やメモ化再帰をすることでケースあたり  $O(\log^2 N)$  で解ける

おまけ: ケースあたり  $O(\log N)$  で解けます

# 統計情報

- Acceptances
  - 4 + 1 teams
- First Acceptance
  - Magical Fish (137 min)