

C: Line Up!

原案: Dispersion

問題文: riantkb

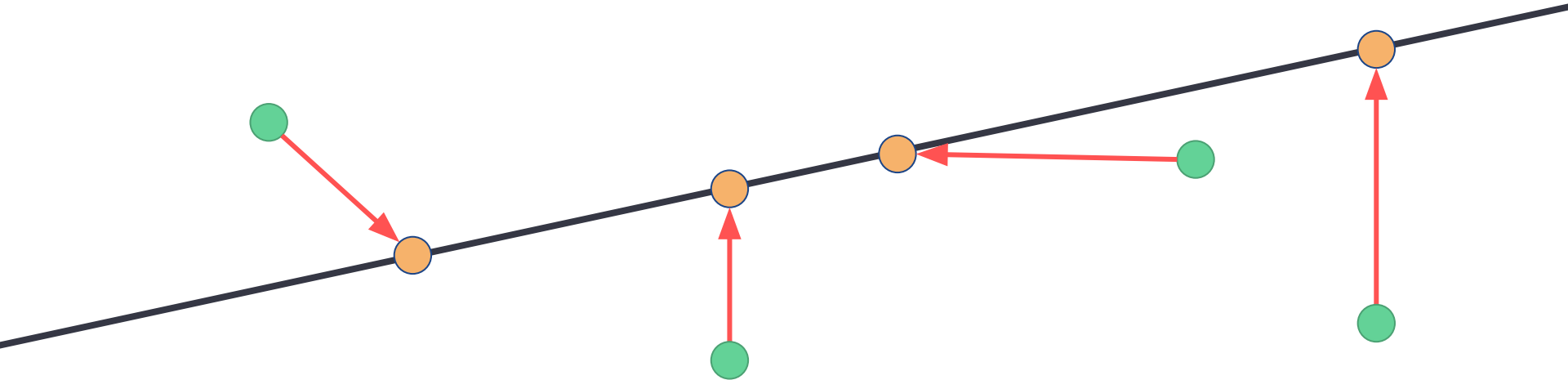
データセット: potato167

解答: KumaTachiRen, riantkb, potato167

解説: potato167

問題概要

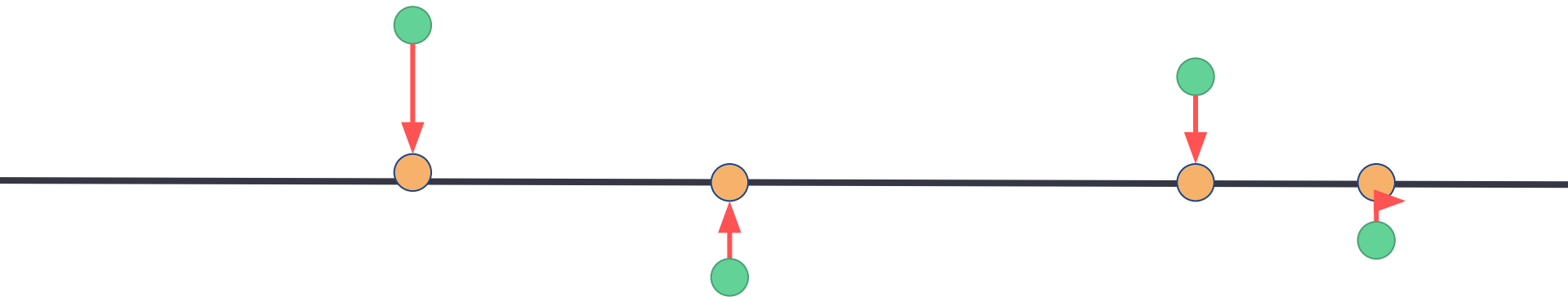
- 点が N (≤ 1000) 個与えられます
- 点 i は初め (x_i, y_i) にいて、速度 v_i で動くことができます
- 全ての点が一直線上に並ぶまでに必要な時間の最小値は？



直線を x 軸と平行のみとすると？

任意の i, j に対して、同じ y 座標に到達できれば良い

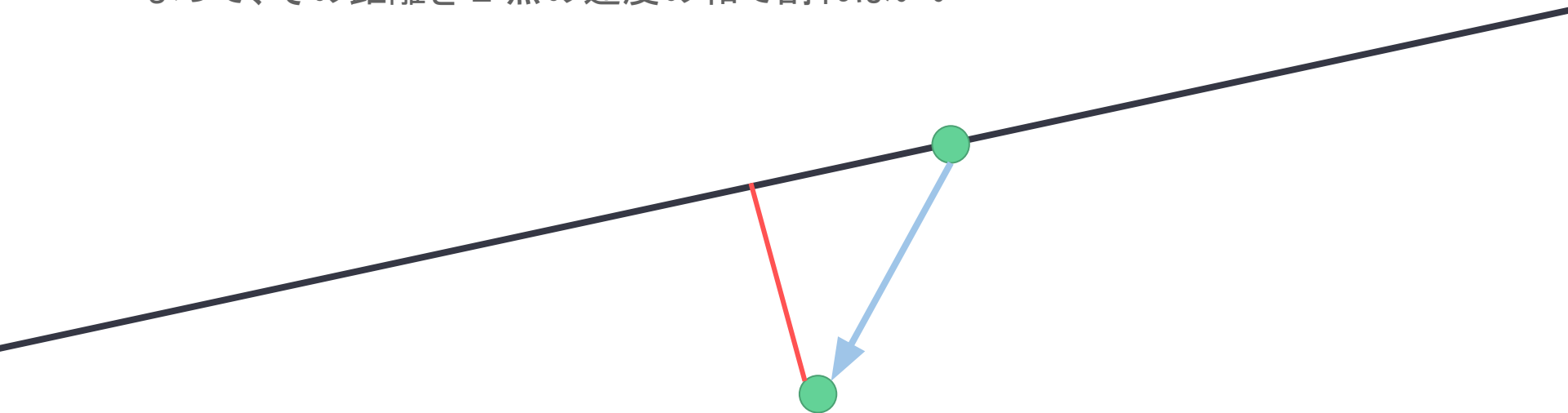
- 時刻 t 時点で、点 i は $(l_i, r_i) = (y_i - t * v_i, y_i + t * v_i)$ の区間に行ける
- この l_i, r_i について、 $\max(l_i) \leq \min(r_i)$ であれば、任意の点が $\max(l_i)$ に行ける
- これは任意の i, j について $l_i \leq r_j$ であるということ
- 任意の i, j について、時刻 t に同じ座標にいればいい $\rightarrow (i, j)$ を固定で考える



直線の傾き固定かつ点が 2 個

直線と点の距離を速度の和で割ったものになる

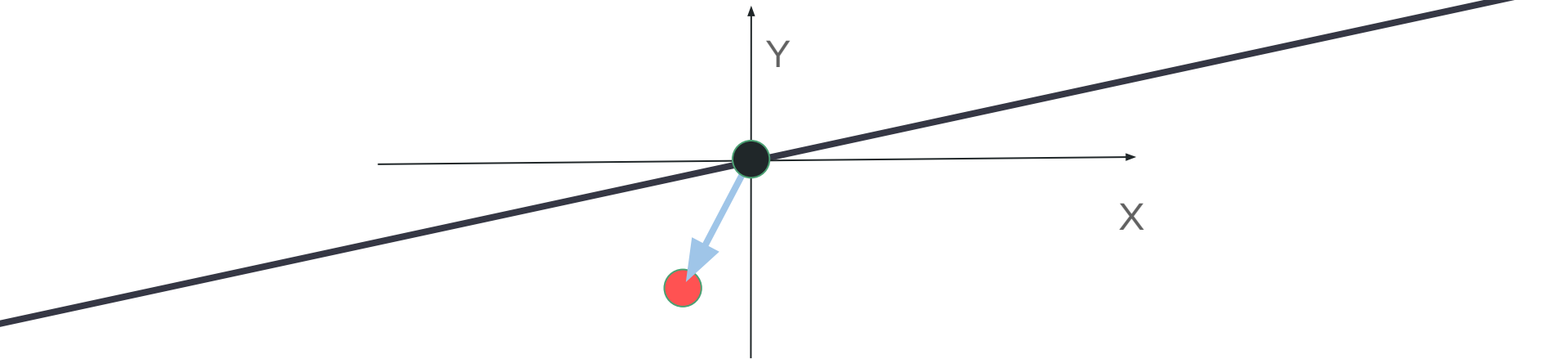
- 2 点のうち、1 点を通る直線であって、指定された傾きである直線を引く
- その直線ともう一方の点との距離を 2 点で詰めないといけない
- よって、その距離を 2 点の速度の和で割ればいい



直線の傾き固定かつ点が 2 個

原点を通るその傾きの直線と速度の和で縮尺した点との距離

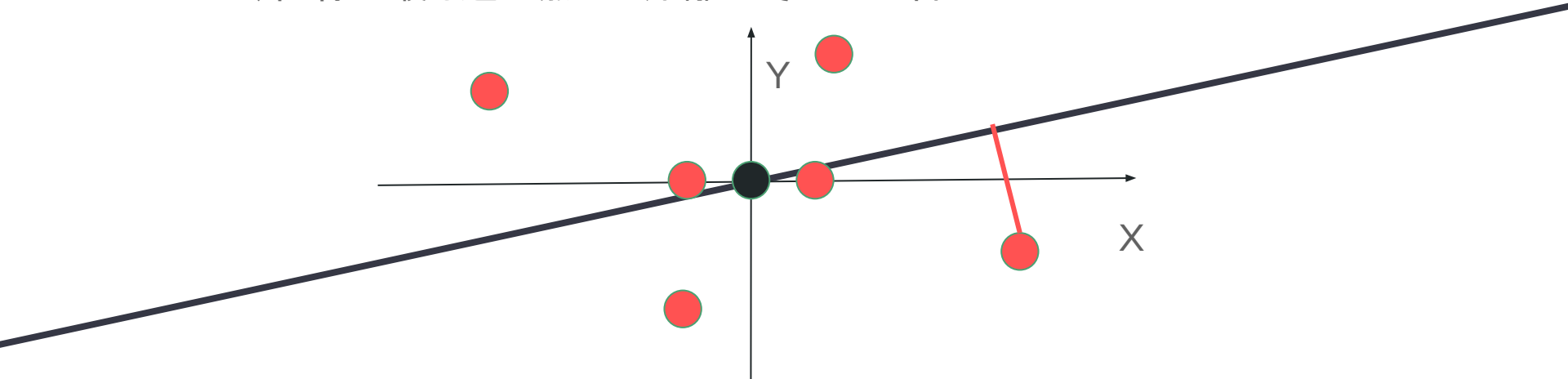
- 直線の通る点を原点とし、2 点の相対位置だけ維持しておく
- 「速度の和で割る」という操作が邪魔なので、最初から割り、それに対応する点におく



直線の傾き固定

(i, j) の組に対応する N^2 個の点のうち、最も遠いものの距離

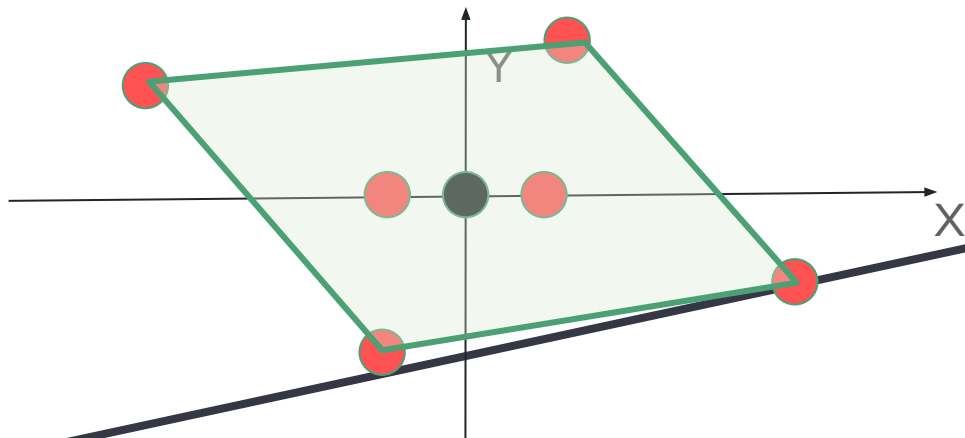
- 任意の i, j について、その傾きで同じ直線上にすることが可能ならば全ての点が同じ直線上にいられる
- よって、直線に最も遠い点との距離がそのまま答え



解法

(i, j) の組に対応する N^2 個の凸包をとり
その凸包を通らない直線と原点の距離の最小化

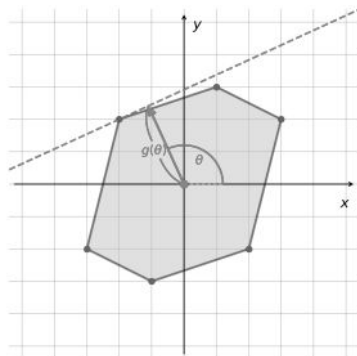
- 原点で点対称なので、凸包をとって考えて良い
- 内部の点と外との距離といえば...?



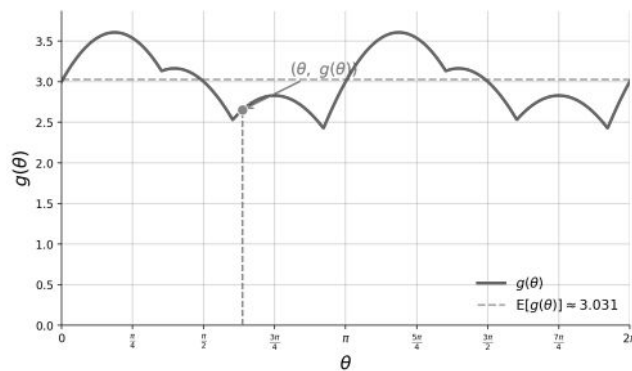
解法

凸包の辺と原点の距離の最小値

- 右下のグラフで谷になっているのは直線が辺と平行のとき
- 直線に対応する距離がその辺上になくともあるが、別の辺がより近い
- 実は有理数で答えが求められる



(a) $g(\theta)$ for one arrival direction



(b) The relation between the arrival direction and $g(\theta)$

ジャッジ解

- | | | | |
|------------------------------|--------|------------|-------|
| ● kuma | C++ | 158 lines, | 4.7kB |
| ● potato | C++ | 66 lines, | 2.0kB |
| ● potato (GPT, integer) | C++ | 446 lines, | 9.5kB |
| ● riantkb (chatgpt) | C++ | 137 lines, | 2.9kB |
| ● riantkb (chatgpt) | Python | 144 lines, | 2.9kB |
| ● riantkb (chatgpt, integer) | C++ | 219 lines, | 4.4kB |

統計情報

- AC teams
 - 0 + 1 teams
- First Acceptance
 - Phantasm (258 min)