



E: Word Search

問題概要

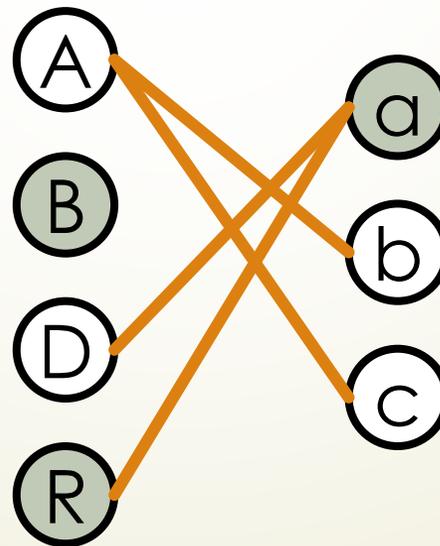
- ▶ 英大文字と英小文字からなる単語 S が与えられる
- ▶ この言語の音節は次のいずれか：
 - ▶ 「英小文字 1 字」 「英大文字 1 字」 「英大文字 1 字 + 英小文字 1 字」
- ▶ 単語 S を構成する音節の種類数としてありうる min / max は？

<制約>

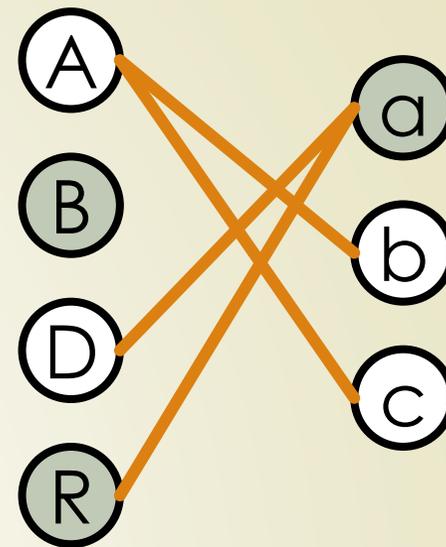
- ▶ テストケース数： $1 \leq T \leq 10^4$
- ▶ $1 \leq \sum |S| \leq 10^6$

解法（最小値）

- ▶ 大文字 - 小文字の二部グラフであって、
S に現れる「大文字 + 小文字」に辺を張り、それ以外の
「大文字のみ」「小文字のみ」の頂点に色を塗ったグラフを作る
- ▶ $S = \text{"AbRAcaDaBRa"}$ の場合



解法（最小値）

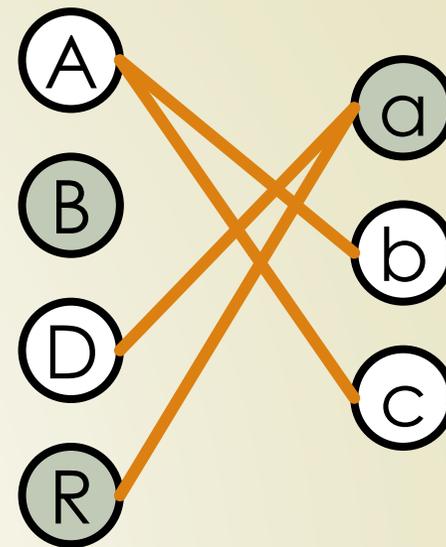


- ▶ 連結成分ごとに独立に求めてよい
- ▶ N 頂点 M 辺のグラフがあったとする
 - ▶ 連結性より $M \geq N - 1$
- ▶ 各「大文字 + 小文字」を分解するかどうかの選択だけできる
 - ▶ つまり、辺 (u, v) を消して頂点 u, v に色を塗ることができる
 - ▶ 最終的なグラフの (色の塗られた頂点数) + (辺数) を最小化したい
- ▶ 連結性より答えは $N - 1$ 以上

解法（最小値）

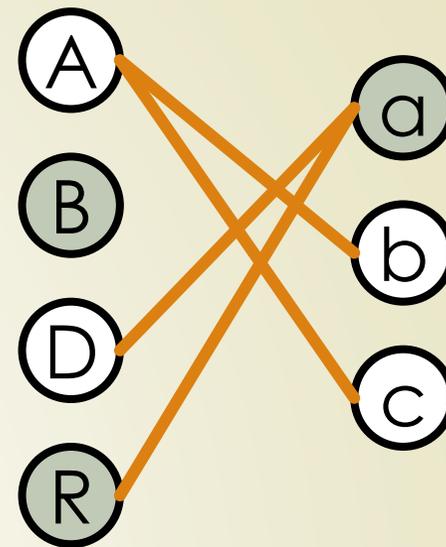
- ▶ ある連結成分が N 頂点 M 辺のグラフとする
- ▶ 答えは $N - 1$ 以上

- ▶ 全ての辺をカットすればいいので、 N は容易に達成可能
- ▶ 答えが $N - 1$ になるのは
全ての頂点が未使用かつ $M = N - 1$ (木グラフ) のとき
 - ▶ 使用済みの頂点が 1 つでもあると
答えが N 以上になることを示せるため



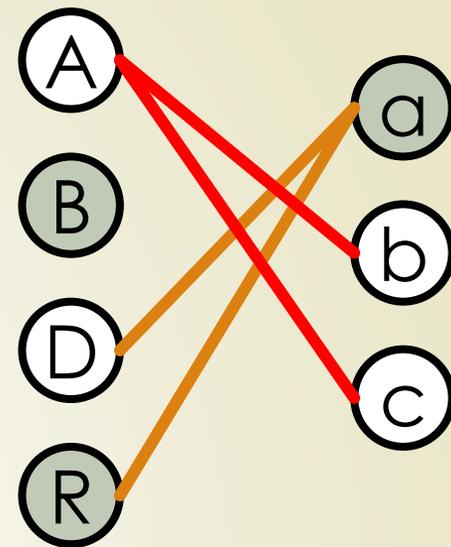
解法（最大値）

- ▶ 連結成分ごとに考える
- ▶ また、最小値のときと同じグラフを使う
- ▶ 同じ 2 点を結ぶ辺が 2 本以上ある場合、1 本は残してそれ以外はカットするとしてよい
 - ▶ 以降、同じ頂点組を結ぶ辺は高々 1 本であるとする
- ▶ 辺 (u, v) をカットして音節の種類数が増えるのは、頂点 u, v がともに未使用のときのみ



解法（最大値）

- ▶ 連結成分ごとに考える
- ▶ 同じ頂点組を結ぶ辺は高々 1 本とする
- ▶ 辺 (u, v) をカットして音節の種類数が増えるのは、頂点 u, v がともに未使用のときのみ
- ▶ 頂点を共有する辺を 2 つ以上選択するのも意味がない
- ▶ 端点が distinct になるように、辺をできるだけ選ぶ問題になった
 - ▶ これは二部グラフの最大マッチングそのもの





統計情報

- ▶ AC teams / Trying teams
 - ▶ 8 + ? /
- ▶ First Acceptance
 - ▶ THS (70 min)