



G: Fireworks

問題概要

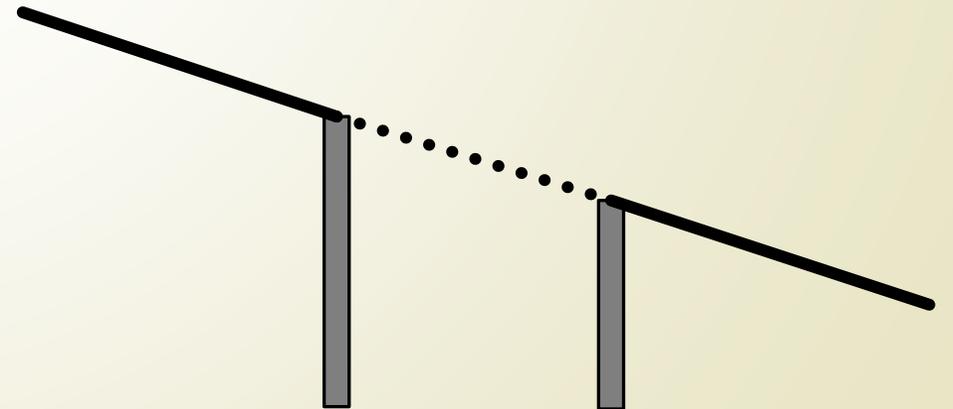
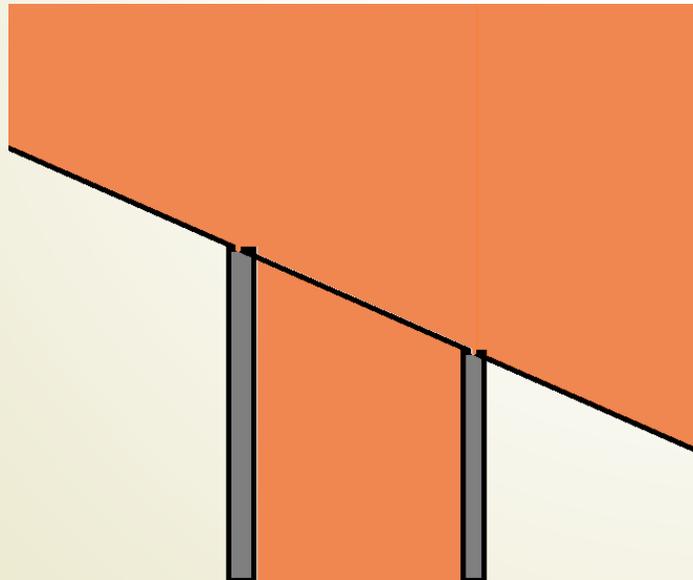
- ▶ 数直線上にマンションが等間隔に N 棟並んでいる
- ▶ これから座標 x_i で花火を打ち上げるが、各マンションの屋上と花火の間に他のマンションが入らないようにしたい
- ▶ 打ち上げるべき高さの最小値は？ というクエリに Q 個答えよ

<制約>

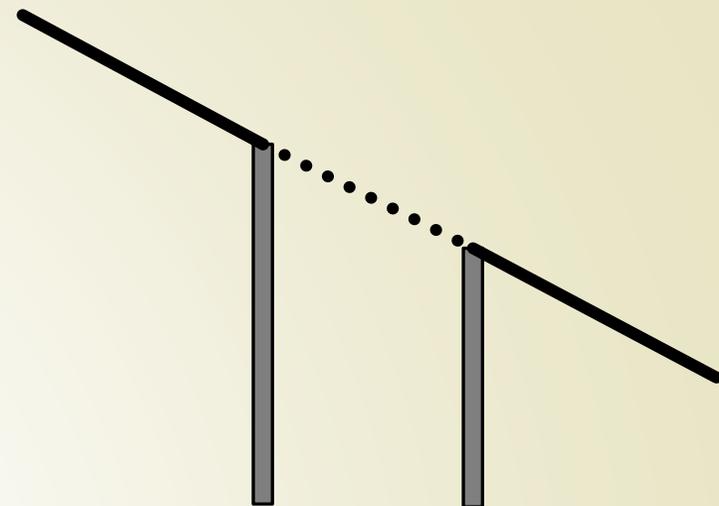
- ▶ $1 \leq N \leq 3 \times 10^5$
- ▶ $1 \leq Q \leq 3 \times 10^5$
- ▶ $0 \leq |x_i| \leq 10^9$

解法

- ▶ 2つのマンションがあるとき、花火の高さに関する制限は左下図のようになる
- ▶ つまり、右下図のような半直線を追加し最大化 CHT を解けばいい
 - ▶ ただし、このままでは追加する半直線の量が $O(N^2)$ 本



解法



- ▶ 実は追加すべき半直線群は隣り合うビルを結ぶ計 $2(N - 1)$ 本 だけでいい
 - ▶ 3 つのビルがあると凸 or 凹になる + 制限の範囲がより広いいため
- ▶ 左 [or 右] 側の半直線のみを使った時の答えを求め、最後にマージする (両側の max をとる) ようにする
- ▶ 左側半直線のみを使う場合、端点とクエリ点を降順ソートして凸性を保たせながら半直線追加・クエリ回答をするとよい
 - ▶ 通常の CHT で $O(N \log N)$ time

誤差？

- ▶ 答えは小数出力であるが、誤差なく計算することができる
- ▶ マンションは幅 L で等間隔に並んでいるので、高さ方向にすべて L 倍すると CHT などに登場する直線の傾き・切片などがすべて整数になる
- ▶ この状態で答えを求め、最後に L で割ればいい

過去問との関連

- ▶ TUPC2024-G 「Convex Hull of Intersections」
 - ▶ 直線がたくさん与えられるので、直線群の交点全体の凸包 (の面積) を求めよ
- ▶ 今回の問題において、半直線を直線に変えた問題は TUPC2024-G の (点と直線に関する) 双対問題となっている
- ▶ 直線の交点から定まる凸包 → 角度で隣り合う直線どうしを見る点を結んでできる直線の CHT → x 座標で隣り合う点どうしを見る



統計情報

- ▶ AC teams / Trying teams
 - ▶ 5 + ? /
- ▶ First Acceptance
 - ▶ Magical Fish (115 min)