

I: Copy, Reflect, and Paste

問題概要

- ▶ 凸とは限らない N 頂点の多角形が与えられる
- ▶ この図形に対して、次の操作を行える：
 - ▶ ある辺を選び、その辺に対して対称な図形と元の図形を合わせる。
ただし、これらの共通部分は正の面積を持つてはならない
- ▶ 操作を無限回繰り返すことはできるか？

<制約>

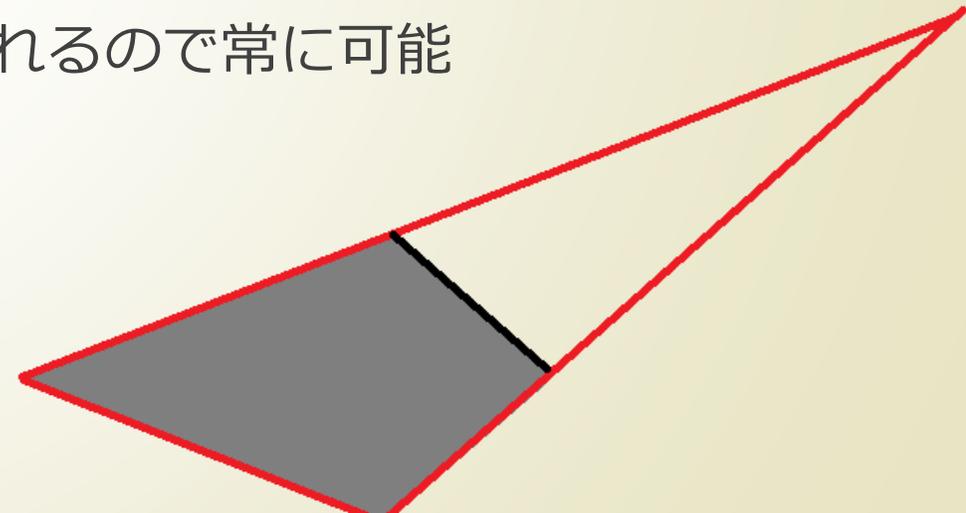
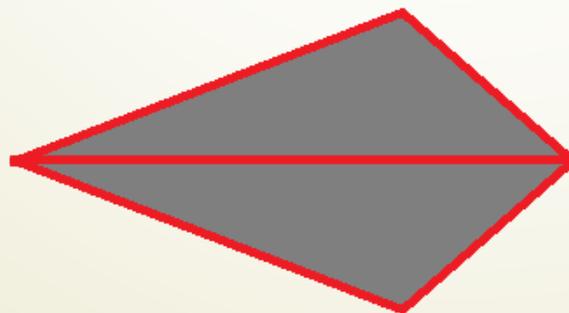
- ▶ テストケース数： $1 \leq T \leq 100$
- ▶ $1 \leq N \leq 10^4$

解法

- ▶ 選択可能な辺 = 多角形の凸包上に乗る辺
- ▶ 選択**不可能**な辺が操作によって選択可能になることはない
 - ▶ 逆はありうる (サンプル 2)
- ▶ 選択可能な辺を残し続けられるか調べる

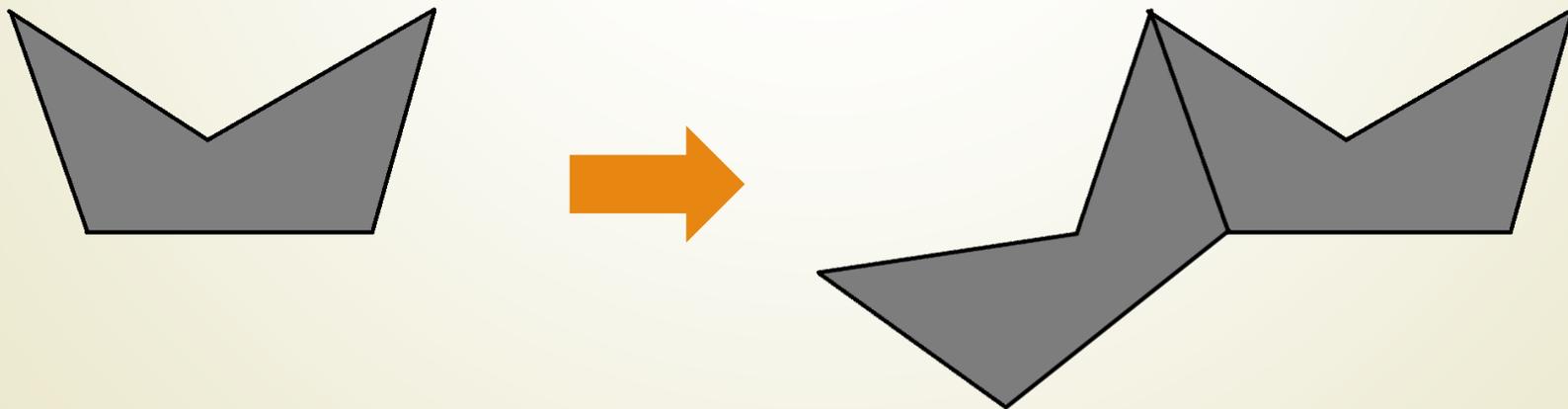
解法

- ▶ 選択可能な辺を残し続けられるか？
- ▶ 平行な 2 辺があれば確実に可能 (サンプル 1)
- ▶ 3 辺が三角形をなす場合は？
 - ▶ 最大角の対辺で反転させると、新しい三角形 or 平行な 2 辺を作れるので常に可能



解法

- ▶ 選択可能な辺を残し続けられるか？
- ▶ 三角形をなす辺集合がない
= 辺の有向角について (最大) - (最小) が 180° 未満
- ▶ 一度の操作で $180^\circ - ((\text{有向角の最大}) - (\text{有向角の最小}))$ は 2 倍以上になるので、操作可能な回数は高々有限



実装

- ▶ 多角形 P の凸包を取る
- ▶ P の各辺が凸包に乗っているかを map 等を使って調べる
- ▶ 選択可能な辺について、
それらが平行 or 三角形をなすか調べる
 - ▶ 反時計回りに辺を調べて、隣り合う辺との外積が負になっていないか調べると楽
- ▶ テストケースあたりの時間計算量は $O(N \log N)$ time



Bonus (shinchan さんによる解法)

- ▶ この問題をテストケースあたり $O(N)$ time で解いてください



統計情報

- ▶ AC teams / Trying teams
 - ▶ 1 + ? /
- ▶ First Acceptance
 - ▶ DaiMonge (231 min)