

K: Equal or Not Equal

原案 : mtsd

問題文 : climpet

データセット : smiken

解答 : climpet, hos, mtsd, smiken

解説 : mtsd

問題概要

- N 要素の非負整数列 a_1, \dots, a_N に対して、4 種類のクエリが Q 回与えられるので順に処理せよ。ただし、数列 a_1, \dots, a_N の初期値は不明である
 - $1 \times y$: その時点での値が $a_x = a_y$ と判明する
 - $2 \times y$: その時点での値が $a_x \neq a_y$ と判明する
 - $3 \times$: a_x がその時点での値と別の整数に変更される
 - $4 \times y$: それまでに得られた情報から、その時点での値について、
 $a_x = a_y$ と証明可能なら Yes, $a_x \neq a_y$ と証明可能なら No,
どちらも証明不可能なら Unknown を出力する

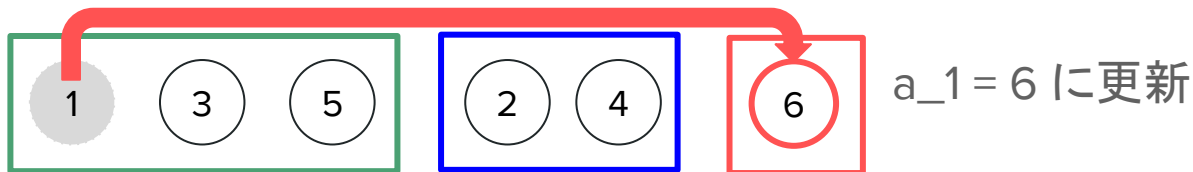
想定解法: UnionFind + マージテク

等号の判定: UnionFind

初期状態 $a_i = i$ として、等号の情報を長さ $N+Q$ の UnionFind で管理する

- クエリ 1 ($a_x = a_y$) : UnionFind の unite 操作に対応
- クエリ 2 ($a_x \neq a_y$) : 何もしない
- クエリ 3 (change a_x) : a_x をそれまでに割り当てていない新たな値に変更
- クエリ 4 (等号判定) : UnionFind で a_x と a_y が同じグループにあるか判定

クエリ 3 の例 (change 1)

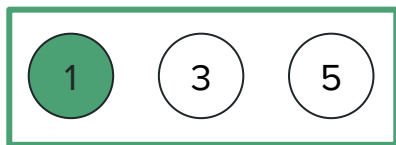


想定解法: UnionFind + マージテク

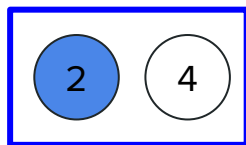
等号否定の判定: マージテク (UnionFind 上で管理する)

- $R(i)$: UnionFind で値 i と同じグループにあるものの代表元
- $ngR_set(j)$: 代表元 j の属するグループと値が異なることが分かっているグループの代表元の set
- クエリ 1 ($a_x = a_y$) : R と ngR_set を更新する
 ngR_set のサイズが大きい方にマージ

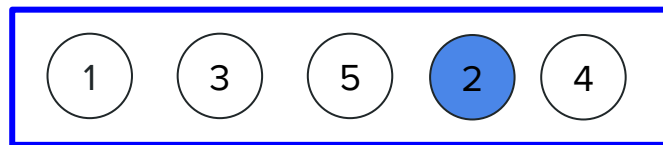
(例) クエリ 1 3 4



$R(1) = R(3) = R(5) = 1$
 $ngR_set(1) = \{6\}$



$R(2) = R(4) = 2$
 $ngR_set(2) = \{7,8\}$



$R(1) = R(2) = R(3) = R(4) = R(5) = 2$
 $ngR_set(2) = \{6,7,8\}$ ※ $ngR_set(6)$ についても 1 → 2
に更新する必要がある

想定解法: UnionFind + マージテク

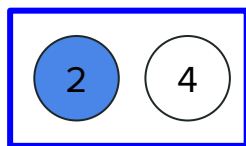
等号否定の判定: マージテク (UnionFind 上で管理する)

- $R(i)$: UnionFind で値 i と同じグループにあるものの代表元
- $ngR_set(j)$: 代表元 j の属するグループと値が異なることが分かっているグループの代表元の set
- クエリ 2 ($a_x \neq a_y$) : ngR_set を更新する

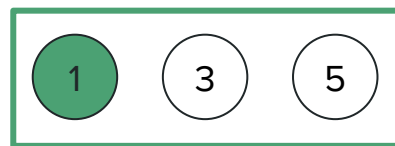
(例) クエリ 2 3 4



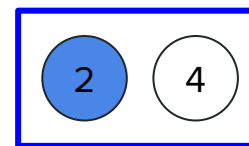
$R(1) = R(3) = R(5) = 1$
 $ngR_set(1) = \{6\}$



$R(2) = R(4) = 2$
 $ngR_set(2) = \{7,8\}$



$R(1) = R(3) = R(5) = 1$
 $ngR_set(1) = \{2,6\}$



$R(2) = R(4) = 2$
 $ngR_set(2) = \{1,7,8\}$

想定解法: UnionFind + マージテク

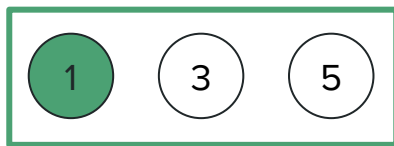
等号否定の判定: マージテク (UnionFind 上で管理する)

- $R(i)$: UnionFind で値 i と同じグループにあるものの代表元
- $ngR_set(j)$: 代表元 j の属するグループと値が異なることが分かっているグループの代表元の set
- クエリ 3 (change a_x) : ngR_set を更新する

(例) クエリ 3 1



$R(1) = R(3) = R(5) = 1$
 $ngR_set(1) = \{6\}$



$R(1) = R(3) = R(5) = 1$
 $ngR_set(1) = \{6, 9\}$



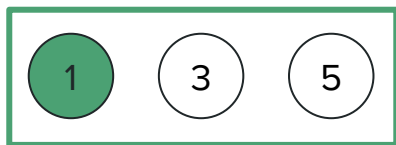
$a_1 = 9$
 $ngR_set(9) = \{1\}$

想定解法: UnionFind + マージテク

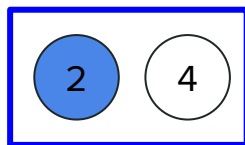
等号否定の判定: マージテク (UnionFind 上で管理する)

- $R(i)$: UnionFind で値 i と同じグループにあるものの代表元
- $ngR_set(j)$: 代表元 j の属するグループと値が異なることが分かっているグループの代表元の set
- クエリ 4 (等号否定判定): ngR_set で判定する

(例) クエリ 4 3 4 : $R(4) = 1 \in ngR_set(R(3)) = \{1,7,8\}$ より $a_3 \neq a_4$



$R(1) = R(3) = R(5) = 1$
 $ngR_set(1) = \{2, 6\}$



$R(2) = R(4) = 2$
 $ngR_set(2) = \{1,7,8\}$

計算量

std::set などを用いてマージテクを行うと、 $O((N+Q) \log^2(N+Q))$

マージを高速にできる平衡二分木などを用いると $O((N+Q) \log(N+Q))$

ジャッジ解

- climpet (C++): 103 lines, 1739 B
- hos (C++): 171 lines, 4422 B
- mtsd (C++): 82 lines, 2027 B
- smiken (C++): 188 lines, 3578 B

統計情報

- AC teams / Trying teams
 - 9 + 4 / 16
- First Acceptance
 - Magical Fish (01:01)