



L: Broken Scale

問題概要

- 荷物が N 個あり、人 i の荷物は重さ A_i グラムだったが、ラベルを貼り忘れたため各荷物の重さがわからない
- 壊れた秤があり、実際の重さが X の物体を乗せると $\{B^0, B^1, B^2, \dots\}$ のうち X の lower_bound を返す
- この秤を何回でも使えるとき、荷物とラベルがすべて一致する確率の最大値を求めよ

<制約>

- $1 \leq N \leq 400$
- $1 \leq A_i, B \leq 1500$

解法

4	5	8	8	9	11	13	16	17
---	---	---	---	---	----	----	----	----

- 重さが a, b の荷物を区別できるかについて考える
- a, b について得られる最大の情報は a or b を含む集合であって秤が B^k を指すものは何通りか？ の情報
 - a, b 以外の重さがすべて分かっている状態を考えれば明らか
 - 適当な i で総数が異なるならば区別可能
- さらに、重さが a, b, c ($a \leq b \leq c$) の荷物について (a, c) を区別できるならば (a, b) or (b, c) を区別できる
- つまり、区別できないグループは重さについて区間をなすので、「隣り合う重さを区別できるか」調べれば十分

解法

- ▶ 重さ A_i, A_{i+1} の荷物を区別できるか考える
 - ▶ A_i or A_{i+1} を含む集合であって秤が B^k を指すものの総数が異なるか知りたい
 - ▶ $A_1, \dots, A_{i-1}, A_{i+2}, \dots, A_N$ に対しナップサック問題を解き、 $+A_i, +A_{i+1}$ したときに表示が変わる値を取るか調べればよい
- ▶ 愚直にやると $O(N^2A)$ time を $N - 1$ 回解くので合計 $O(N^3A)$ time
 - ▶ これは TLE

解法

4	5	8	8		9	11		13	16	17
---	---	---	---	--	---	----	--	----	----	----

$$4! \times 2! \times 3! = 288$$

- ▶ $i = 1, \dots, N - 1$ に対し次の問題を解く
 - ▶ $A_1, \dots, A_{i-1}, A_{i+2}, \dots, A_N$ に対しナップサック問題を解き、 $+A_i, +A_{i+1}$ したときに表示が変わる値を取るか調べる
- ▶ ある値を取りうるか (0 / 1) にのみ注目しているので、bitset 高速化で $O(N^3 A/w)$ time
- ▶ i の昇順に差分更新する場合、 A_i を追加して A_{i+2} を削除するので戻す DP で $O(N^2 A)$ time
- ▶ 区切る位置が決まったのち、(同一グループの要素数の階乗) をかけあわせた値が答え

9_killer_mod**.in

- ▶ 戻す DP で計算する場合、mod の選び方に注意する必要がある
- ▶ 十分大きな mod をランダムに選べば、約 $1 - \frac{N \log_B NA}{MOD}$ の確率で通る
- ▶ ただし、有名 mod は落としにかかっています！！！！
- ▶ 今回作成したキラーケース

9_killer_mod**.in

- ▶ 戻す DP で計算する場合、mod の選び方に注意する必要がある
- ▶ 十分大きな mod をランダムに選べば、約 $1 - \frac{N \log_B NA}{MOD}$ の確率で通る
- ▶ ただし、有名 mod は落としにかかっています！！！！

- ▶ 今回作成したキラーケース
 - ▶ $mod = 998244353, 10^9 + 7, 10^9 + 9, 10^9 + 97, 2^{61} - 1, 2^{128}$

- ▶ 素数乱択よりも個数にランダムな重みを付けるほうが実装が楽です (by hos)



統計情報

- ▶ AC teams / Trying teams
 - ▶ 3 + ? /
- ▶ First Acceptance
 - ▶ Rinshan Solution (130 min)