

JAG模擬国内予選2020

C: 忍ぶべし

原案: darsein

データセット: shora_kujira16

問題文: darsein

解答: climpet, darsein, not, shora_kujira

問題概要

- 、二次元グリッド上でスタートのマスからゴールのマスまで最短距離で移動したい
- 、グリッド上には正方形領域をカバーするセンサーがN個あり、内部のマスに侵入することができない
- 、最短距離で移動可能にするために破壊する必要があるセンサーの最小個数は？
- 、制約: $1 \leq N \leq 10^5$, $1 \leq \text{座標値} \leq 1000$

事前準備

- ＼ スタート地点をカバーするセンサーはすべて破壊する必要があるので事前に処理する
- ＼ 盤面を反転しても答えは変わらないので、 $s_x \leq g_x, s_y \leq g_y$ になるように反転して考える
- ＼ 便宜上、最大のx座標をW, 最大のy座標をHと置く

考察

- 破壊するセンサーの最小個数 = 最短距離で移動する際にセンサー領域に侵入する最小回数
- 下か右にしか移動しないので、ある1つのセンサー領域には高々1度しか侵入しない
→ 今までに侵入したセンサー領域を管理する必要はない
- 下か右にしか移動しないので、ある1つのセンサー領域には上か左からしか侵入しない
→ 上境界か左境界だけ考えればOK

解法（動的計画法）

- 各マスごとに、以下の情報がわかっているとする
 - そのマスに左から入ったとき、侵入する領域の個数 $left[x][y]$
 - そのマスに上から入ったとき、侵入する領域の個数 $up[x][y]$
- $dp[x][y]$:= 最短距離で (x, y) まで移動する際にセンサー領域に侵入する最小回数 とする
- $dp[x][y] = \min(dp[x-1][y] + left[x][y], dp[x][y-1] + up[x][y])$
を x, y の昇順に計算し、 $dp[gx][gy]$ が答え
- 計算量: $O(HW)$

解法（前処理）

- ＼ それぞれのマス (x, y) について、 $\text{left}[x][y]$ と $\text{up}[x][y]$ は累積和を用いて以下のように計算できる
- ＼ 各センサー (x, y, r) について、 $\text{left}[x-r][y-r] += 1$ 、 $\text{left}[x-r][y+r+1] -= 1$ して最後に累積和を取る
 - ＼ 所謂いもす法
 - ＼ up も同様
 - ＼ 計算量: $O(HW+N)$

統計情報

\ Accepted

\ 85 teams

\ First Acceptance

\ QWE_QWE (00:29:15)