

C: ゲーム

解説: beet

結論

- F を A が最大のものとする
- S を A が二番目に大きいものとする

- 最大値を取る遊び方は以下の形に限られる
 - (FS)*F*
 - つまり、F と S を交互に遊んだあと、F を連続で遊ぶ
 - この形は $O(D)$ 個しかないため、全探索すればよい

証明

- 補題1: 最適解であって、F と S だけを遊ぶものが存在する
 - 補題2: 最適解であって、S が連続しないものが存在する
 - 補題3: 最適解であって、F が最後以外連続しないものが存在する
 - 補題4: 最適解であって、先頭が F であるものが存在する
-
- 以降では断りなく $D \geq 3$ とする
 - $D = 1$ のとき、 A_F が答え
 - $D = 2$ のとき、 $A_F + \max(A_F - B_F, A_S)$ が答え

補題1: 最適解であって、F と S だけを遊ぶものが存在する

- F でも S でもないものが初めて出現した位置を考える
 - Tとする
- 一番目の場合
 - $TF \rightarrow SF, T[\wedge F] \rightarrow F[\wedge F]$ と置き換えて損をしない
- 二番目の場合
 - $?TF \rightarrow FSF, ?T[\wedge F] \rightarrow SF[\wedge F]$ と置き換えて損をしない

補題1: 最適解であって、F と S だけを遊ぶものが存在する(続き)

- 三番目以降で、先頭が F の場合
 - $F(.*)?T \rightarrow FSF(.*)$ と置き換えて損をしない
 - $A_? + A_T \leq A_F + A_S$
- 三番目以降で、先頭が S の場合
 - $S(.*)?T \rightarrow SFS(.*)$ と置き換えて損をしない
 - $A_T + A_? \leq A_S + A_F$

補題2: 最適解であって、S が連続しないものが存在する

- F が連続している箇所がある場合
 - F が連続している箇所に S を挟める
 - 例: $FFSS \rightarrow FSFS$, $SFFSFSS \rightarrow SFSFSFS$
- F が連続している箇所がない場合
 - $F(SF)^*SS \rightarrow (SF)^*SFS$ と置き換えて損をしない
 - 例: $FSS \rightarrow SFS$, $FSFSS \rightarrow SFSFS$
 - $(SF)^*SS \rightarrow F(SF)^*S$ と置き換えて損をしない
 - 例: $SS \rightarrow FS$, $SFSS \rightarrow FSFS$

補題3: 最適解であって、F が最後以外連続しないものが存在する

- $(FS)^*F(F+)S \rightarrow (FS)^*FS(F+)$ と置き換えて損をしない
- $S(FS)^*F(F+)S \rightarrow S(FS)^*FS(F+)$ と置き換えて損をしない

補題4: 最適解であって、先頭が F であるものが存在する

- F 以外が先頭るとき、F を先頭に追加して末尾を取り除いても損をしない