

ICPC模擬国内予選2018

D: 短歌数

原案: 松岡

問題文: 松岡

データセット: 飯塚

解答: 松岡、水野

解説: 松岡

原題: 57577

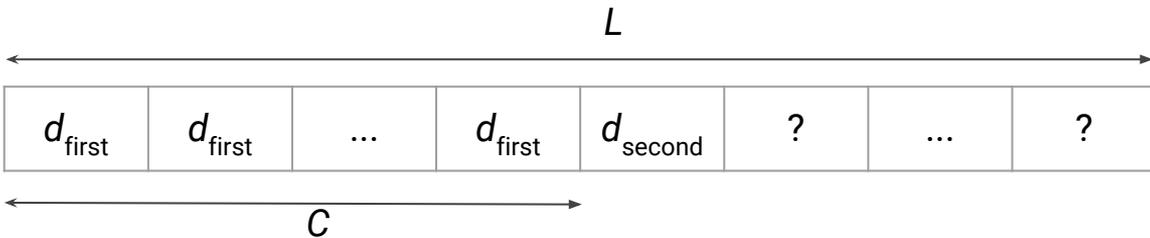
問題概要

十進表記がちょうど二種類の数字からなる正整数を、短歌数と呼ぶことにする。
 N 番目に小さい短歌数を求めよ。

参考: <https://oeis.org/A031955>

方針

1. 答えの桁数 L を求める
2. 答えの最初の数字 d_{first} を求める
3. d_{first} の連続する桁数 C を求める
4. $C+1$ 桁目の数字 d_{second} を求める
5. 残りの $L-C-1$ 桁を求める

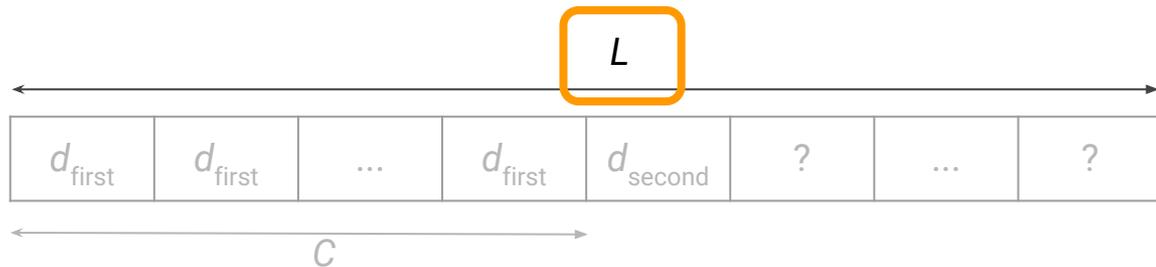


手順1: 答えの桁数 L を求める

ある桁数 l の短歌数は、次のように $81 * (2^{l-1}-1)$ 個存在することが分かる。

なので $81*(2^1-1)+81*(2^2-1)+\dots+81*(2^{L-2}-1) < N$ を満たす最大の L が答えの桁数。

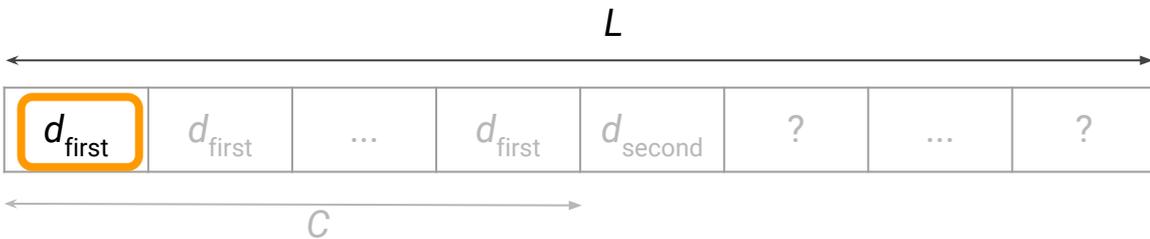
- 最初の数字(d_{first})としてありうるのが、0 以外の 9 通り
- d_{first} 以外に出現する数字としてありうるのが、0 から 9 のうち d_{first} を除く 9 通り
- これら 2 種類の数字の並べ方は 2^{l-1} 通り
- ゼロ目を除くため -1
- 以上より $9 * 9 * (2^{l-1}-1)$



手順2: 最初の数字 d_{first} を求める

桁数 L が求めれば、最初の数字 d_{first} も容易に計算できる。

- ヒント: ある数字 d について、 d で始まる L 桁の短歌数は $9 * (2^{L-1} - 1)$ 個存在



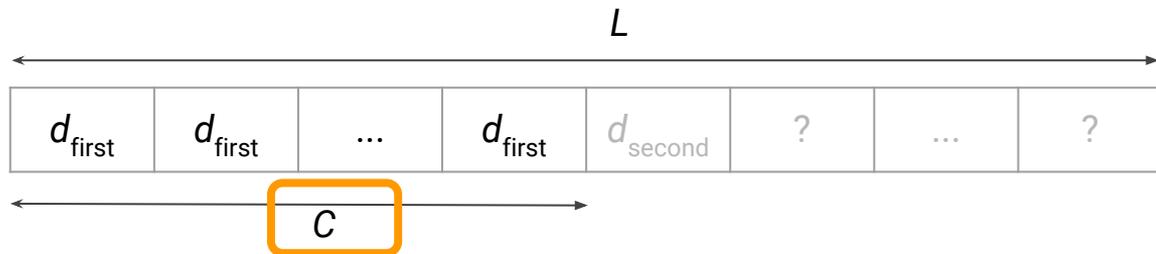
手順3: d_{first} の連続する桁数 C を求める

d_{first} が少なくとも先頭 c 桁連続することがわかったと仮定する。このとき、

- $c+1$ 桁目が d_{first} より小さい数字であるような短歌数は $d_{\text{first}} * 2^{L-c-1}$ 個
- $c+1$ 桁目も d_{first} であるような短歌数は $9 * (2^{L-c-1}-1)$ 個
- $c+1$ 桁目が d_{first} より大きい数字であるような短歌数は $(9 - d_{\text{first}}) * 2^{L-c-1}$ 個

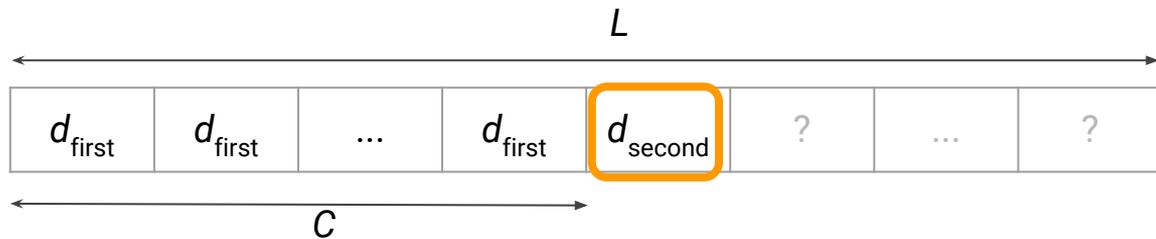
であることが計算できる。

これをもとに、先頭から何桁 d_{first} が連続するか求められる。



手順4: $C+1$ 桁目の数字 d_{second} を求める

$C+1$ 桁目の数字 d_{second} は、手順3の直後に容易に求められる。



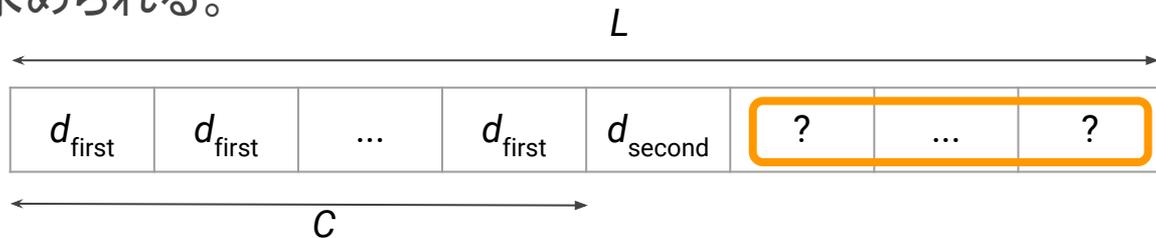
手順5: 残りの $L-C-1$ 桁を求める

d_{first} と d_{second} のうち、小さい方を d_{low} 、大きい方を d_{high} とする。

N が、「全体で L 桁、先頭に d_{first} が C 桁連続、 $C+1$ 桁目が d_{second} 」を満たす短歌数のうち、 x 番目に小さいとする。

$x-1$ を $L-C-1$ 桁の二進数として表現し、0 を d_{low} に、1 を d_{high} に置き換えたものが、答えの残りの $L-c-1$ 桁となる。

なお、 x はこれまでの手順から求められる。



ジャッジ解

- 松岡 (C++): 65行, 1024 bytes
- 水野 (C++): 55行, 1141 bytes

統計情報

- AC / trying teams
 - 34 / 35
- First acceptance
 - 非現役込み: Guest (43:10)
 - 現役のみ: Gifted Infants (60:20)