模擬国内予選2018
E: 分割統治

原案: not

問題文: Darsein

解答: Darien, not, y3eadgbe

問題概要

- N 個の街が M 本の道路で結ばれており，どの街からどの街へも相互に行き来可能.
- この街たちを太郎・花子・次郎の3人に配分したいが，以下の制約を満たす必要がある.
  - 太郎の街の数 = 花子の街の数
  - ある人の街の間に道路がない
  - 太郎の街と花子の街との間に道路がない
- 太郎に配分される街の数としてあり得る数を列挙せよ
- 制約: $1 \leq N \leq 10^3$, $1 \leq M \leq 10^3$

問題概要 (グラフ用語)

- N 頂点 M 辺の無向連結グラフが与えられる.
- 頂点集合 V を以下の制約を満たす 3 つの集合 A, B, C に分割せよ.
  - |A| = |B|
  - $\forall (u, v) \in A \times A, \{u, v\} \notin E$
  - $\forall (u, v) \in B \times B, \{u, v\} \notin E$
  - $\forall (u, v) \in C \times C, \{u, v\} \notin E$
  - $\forall (u, v) \in A \times B, \{u, v\} \notin E$
- |A| としてあり得る数を列挙せよ
- 制約: $1 \leq N \leq 10^3$, $1 \leq M \leq 10^3$

問題概要 (グラフ用語)

- N 頂点 M 辺の無向連結グラフが与えられる.
- 頂点集合 V を以下の制約を満たす 3 つの集合 A, B, C に分割せよ.
  - |A| = |B|
  - $\forall(u,v) \in A \times A, \{u,v\} \notin E$
  - $\forall(u,v) \in B \times B, \{u,v\} \notin E$
  - $\forall(u,v) \in C \times C, \{u,v\} \notin E$
  - $\forall(u,v) \in A \times B, \{u,v\} \notin E$

まとめられる

- |A| としてあり得る数を列挙せよ
- 制約: $1 \le N \le 10^3$, $1 \le M \le 10^3$

問題概要 (グラフ用語)

- N 頂点 M 辺の無向連結グラフが与えられる.
- 頂点集合 V を以下の制約を満たす 3 つの集合 A, B, C に分割せよ.
  - |A| = |B|
  - $\forall (u, v) \in C \times C, \{u, v\} \notin E$
  - $\forall (u, v) \in (A \cup B) \times (A \cup B), \{u, v\} \notin E$
- |A| としてあり得る数を列挙せよ
- 制約: $1 \leq N \leq 10^3$, $1 \leq M \leq 10^3$

(A∪B, C) の

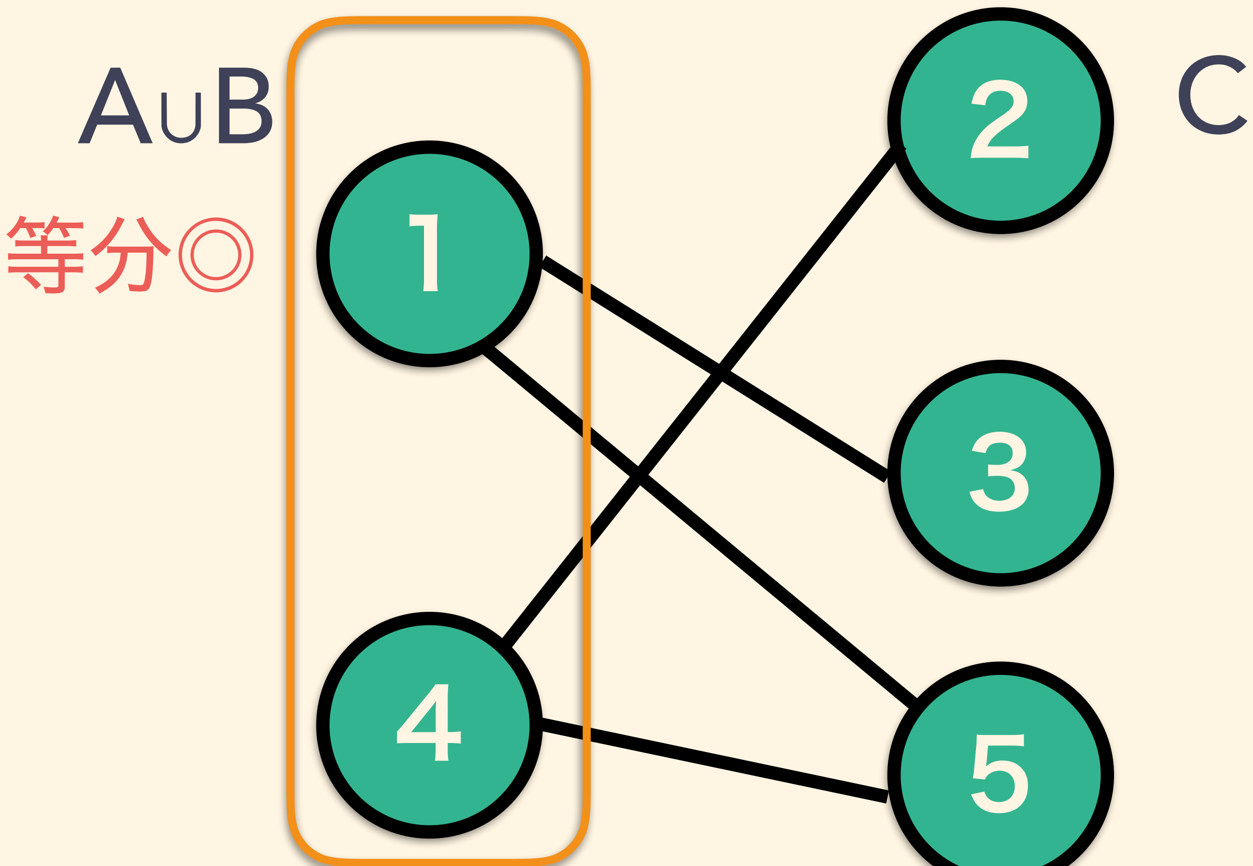
二部グラフ！！！

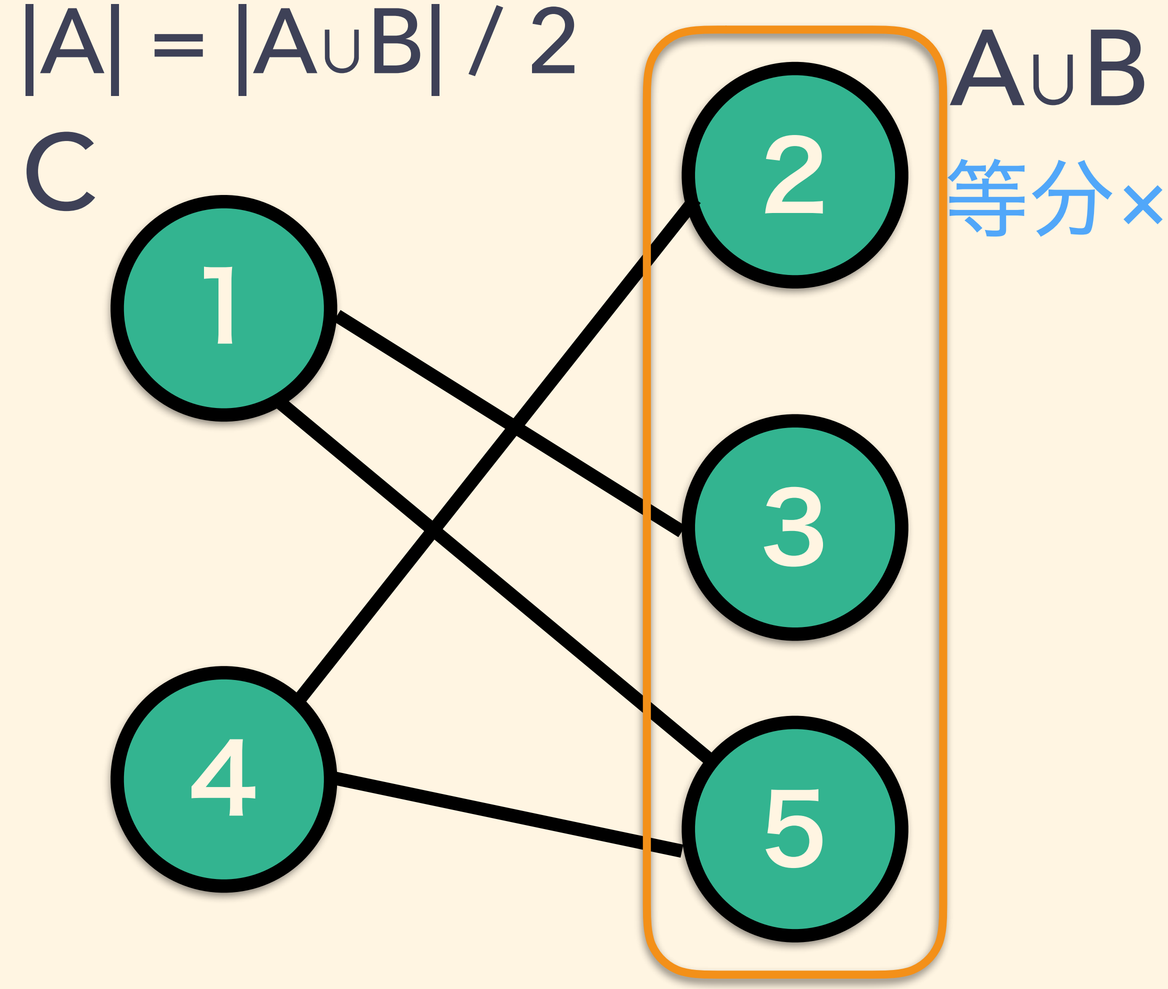
解法

- 二部グラフでない → 配分不能
- 二部グラフ

→ 片方を A∪B, もう片方をCにできる (両方試す)

→ |A∪B| が偶数なら等分可能,　|A| = |A∪B| / 2





解法

- 二部グラフ判定は O(N+M) で可能
  - 深さ優先探索中に2色を交互に塗っていく
  - 訪問済み頂点に塗りたい色と違う色が塗ってあったら無理
- 塗りに成功した時，各色の頂点数を数えて偶奇を判定すればよい
  - 両方の頂点数が同じ場合に重複出力しないように注意

統計情報

- ACチーム数 / 1問以上正答チーム数
  - 57 / 159 (37.7%)
- First Acceptance
  - 現役: nowcow (33:52)
  - ゲスト: mayomayo (34:15)