

F: Digit-only subrectangles

原案 : smiken

問題文 : climpet

データセット : smiken

解答 : hos,ei1333,smiken

問題概要

3	X	2	7
1	9	8	X

マス目があり、数字か記号が書き込まれている。
記号マスを含まないすべての長方形領域について、
数値の和の2乗を計算し、その合計を求めよ

例

3	4
7	X

記号マスを含まないすべての長方形領域について、
数値の和の2乗を計算し、その合計を求めよ

3	4
7	X

3	4
7	X

3	4
7	X

3	4
7	X

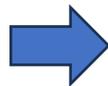
3	4
7	X

$$3^2 + 4^2 + 7^2 + (3+4)^2 + (3+7)^2 = 223$$

問題の言い換え

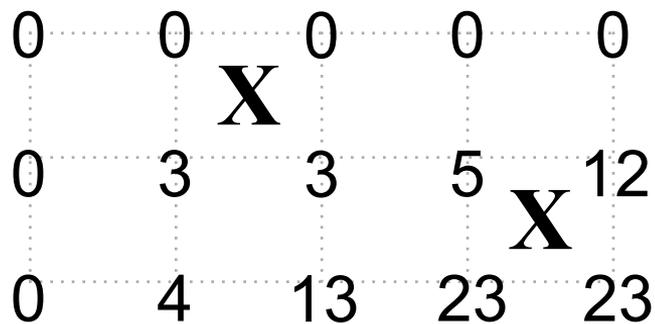
2次元累積和を取る

3	X	2	7
1	9	8	X



0	0	0	0	0	0	0
3	X	2	7			
0	3	3	3	5	X	12
1	9	8				
0	4	13	23	23		

問題の言い換え



H * Wのグリッドの格子点に数が書かれ、
いくつかのマスには記号が書かれている。

長方形になるように頂点を4つ選ぶ
スコアは頂点の数の足し引きの2乗

4頂点で囲われた領域の内部に記号がある場
合は無視

スコアの言い換え

3	X	2	7
1	9	8	X

スコアは $(2+8)^2$

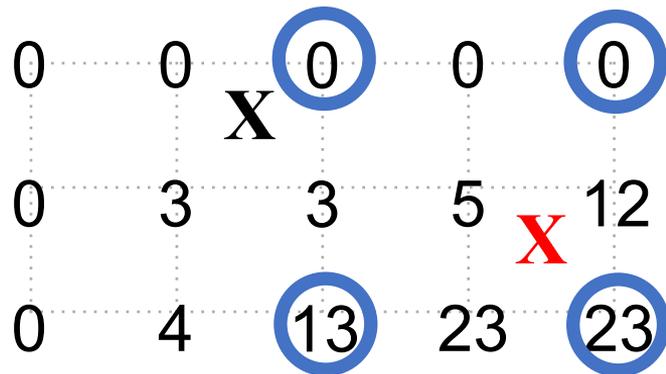
0	0	X	0	0	0
0	3	3	5	X	12
0	4	13	23		23

スコアは $(23-13-0+0)^2$

スコアの言い換え

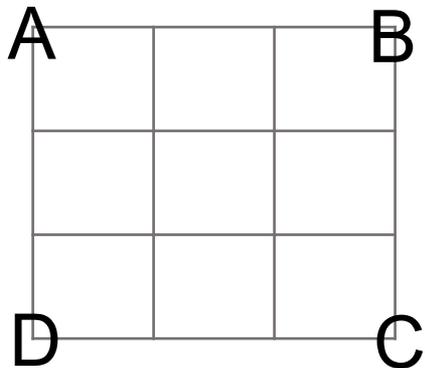
3	X	2	7
1	9	8	X

選んだ領域内に記号があるのでスコアは加算しない



四隅で囲った内側に記号があるので加算しない

スコアの言い換え



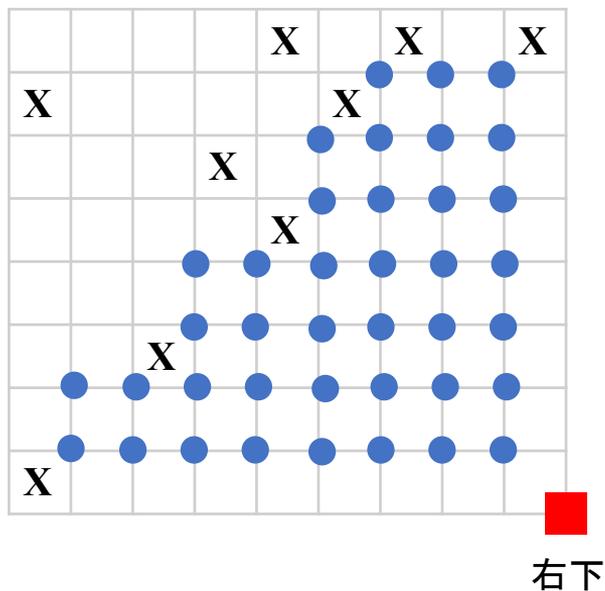
こんな4頂点を選ぶと、
左上:A
右上:B
右下:C
左下:Dとして

スコアは $(A-B+C-D)^2$

これを記号マスを含まない全長方形に対して
和を取ればよい。

$$\begin{aligned}\text{Score} &= \sum (A-B-C+D)^2 \\ &= \sum (A^2+B^2+C^2+D^2+2AC+2BD-2AB-2BC-2CD+2AD)\end{aligned}$$

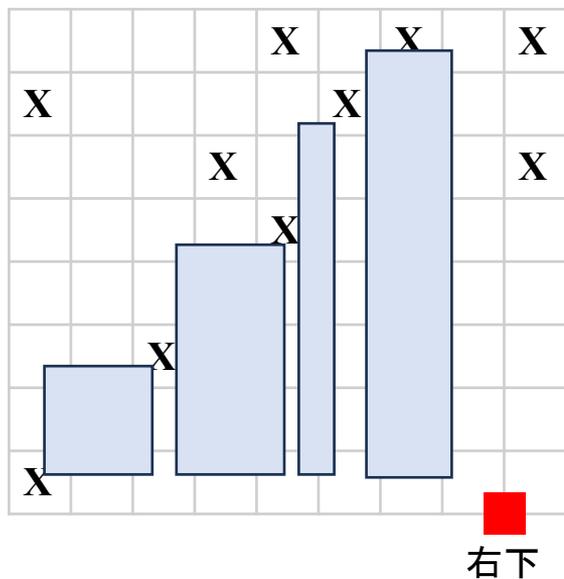
記号マスを含まない領域



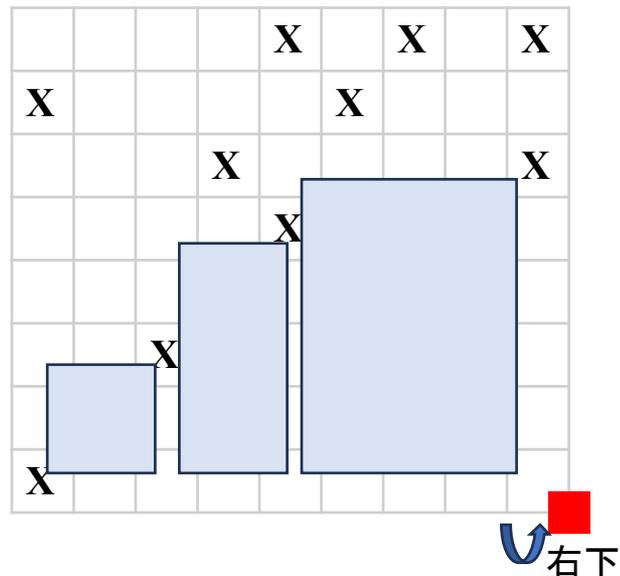
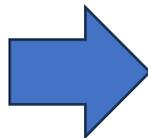
長方形の右下(C) ■を固定したときに、
左上(A) ●として選べる範囲はこんな感じ

すべての格子点について、そこが右下になった
場合の長方形の情報を求めたい

記号マスを含まない領域の管理



「右下」を一つ進める



右下を決めたとき、左上として選べる領域の情報はstackで管理できる
さらに、長方形の右下(C)を固定したときに、長方形の個数、左上の数の和、左下の数の和を逐次的に計算できる(2次元累積和)

一部の項を求める

すべての頂点に対して、
その頂点が右下(C)になるような

- ・長方形の個数
- ・左上の数(A)の和
- ・左下の数(D)の和

を逐次的に $O(HW)$ で計算できる



$O(HW)$ で

$$\sum C^2$$

$$\sum AC$$

$$\sum DC$$

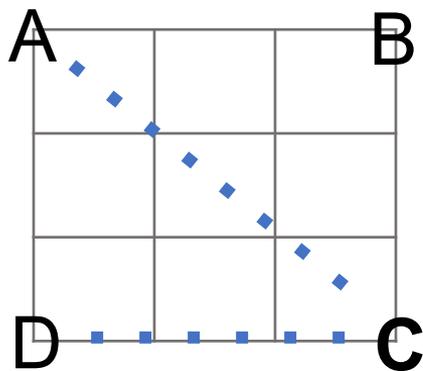
が計算可能

$$\text{Score} = \sum (A-B-C+D)^2$$

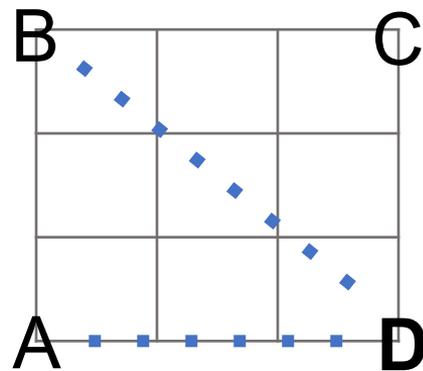
$$= \sum (A^2+B^2+C^2+D^2+2AC+2BD-2AB-2BC-2CD-2AD)$$

10項のうち3項の計算ができたので、
残りの7項もおんなじ感じで頑張る

実装の工夫



90度回転



盤面を90度回転すると

$$\Sigma C^2$$

$$\Sigma AC$$

$$\Sigma DC$$

と全く同じ処理で

$$\Sigma D^2$$

$$\Sigma BD$$

$$\Sigma AD$$

が計算できる

実装の工夫

$$\begin{aligned} \text{Score} &= \sum (A-B+C-D)^2 \\ &= \sum C^2 - 2DC + AC \\ &\quad + \sum D^2 - 2AD + BD \\ &\quad + \sum A^2 - 2BA + CA \\ &\quad + \sum B^2 - 2CB + DB \end{aligned}$$

} 90度回転
} 90度回転
} 90度回転

$\sum C^2 - 2DC + AC$ を求めるのを
盤面を回転しながら4回繰り返して合計すればよい

統計情報

- Acceptances
 - 0 team
- First Acceptance
 - なし