

ACM-ICPC Japan Alumni Group 模擬地区予選2015

G : Cube Dividing

原案・解説 : 田中 (tomerrun)
ストーリー : 須藤 (pes)

問題概要

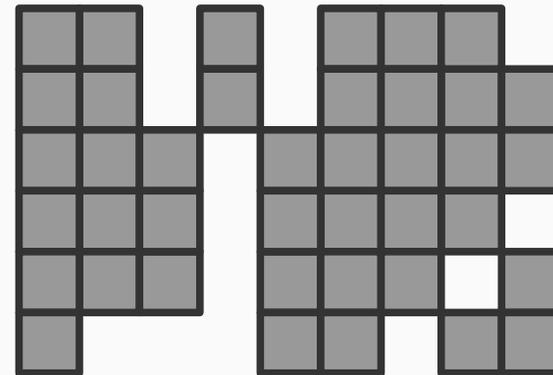
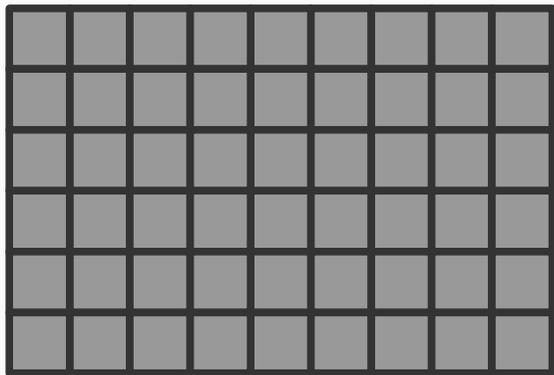
辺の長さが 1 のキューブを $A \times B \times C$ 個集めた直方体がある。

これから N 個のキューブを取り除いた物体の連結成分数を求めよ。連結性の定義はキューブが面で接していること。

(直方体の1辺の長さ) $\leq 10^6$, $0 \leq N \leq 20000$

解法

表現しやすさのため、2次元で説明します。



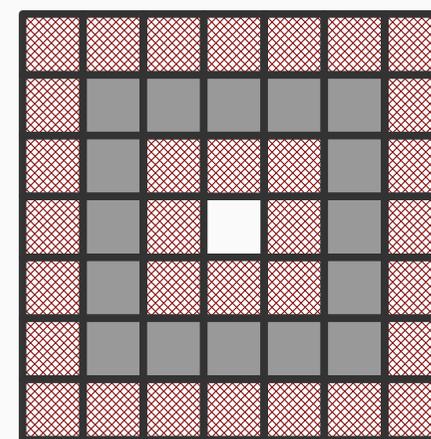
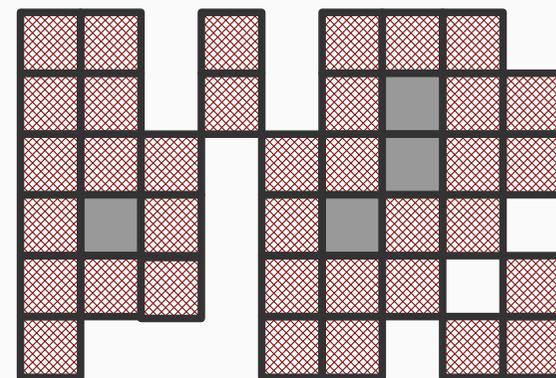
連結成分数：4

想定誤解法

キューブを全部扱うと、座標圧縮しても $O(N^3)$ 個が多いので、表面に1点でも現れているキューブを取り出して、それらについてのみ考慮して連結成分数を数えたいくなる。

→孤立した穴があるような場合に間違えます

→そもそも直方体の表面には $O(N^2)$ 個のキューブがあってやはりTLEやMLEになります



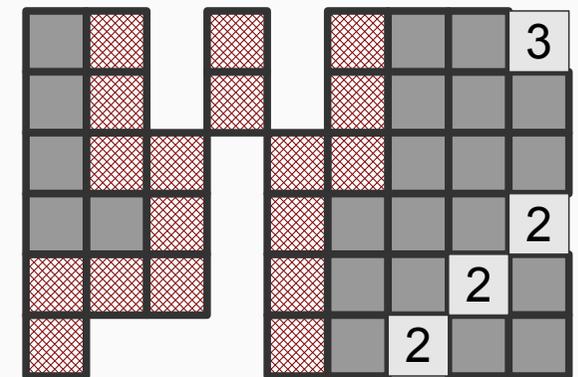
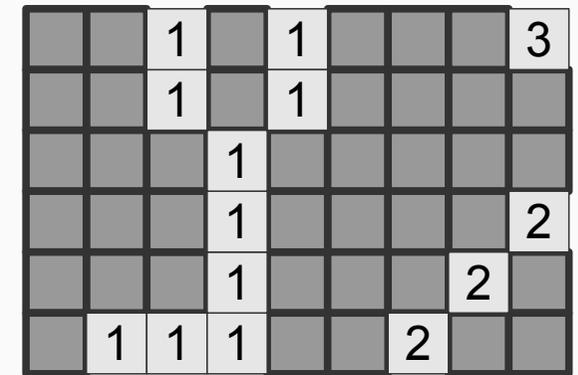
赤ハッチのキューブだけ調べると2つの連結成分だが正解は1

想定解法

キューブを分割するような面をひとつずつ処理する。まず、取り除くキューブを、点連結しているものたちの集合に分解する (R_1, R_2, \dots とする)。

その集合のそれぞれに対して、「 R_i に点で接する、取り除かれないキューブの集合」を S_i とする。

S_i の (面連結での) 連結成分数を調べる。それが T 個のとき、全体の物体について $T-1$ 個の連結成分が新たにできたことを意味する。



想定解法

連結成分数を数えるのは、幅優先探索なりUnion-Findなりを使えば、要素数に対してだいたい線形時間でできる

S_i の要素数の合計は取り除くキューブ数 (=N) の高々定数倍なので、計算量 $O(N)$

※ただし定数倍が大きく、 $N=20000$ で実行に 1~2秒かかります

※キューブ情報を管理するSetの計算量を $O(1)$ とみなしています

※Union-Findを使う場合はその分（アッカーマン関数の逆関数とか）が加わります

別解

想定誤解法（取り除いた後に表面になるキューブだけ調べる）を改善して、表面になるキューブのうち同じ連結成分に含まれるものはどれかを賢く探索して $O(N^2)$ より小さくする、といった方法でも通るようです

コーナーケース

$N=0$ のときに注意

ジャッジ解

- 田中 153行 3422Byte (Java)
- 須藤 97行 2137Byte (C++)

統計情報

Submit : 6チーム / 19回

Accept : 3チーム

- chikOkU (223:32)
- negainoido_team (223:43)
- 1,000,000,007 (238:42)