

JAG夏合宿2017

G: Low Range-Sum Matrix

原案: darsein

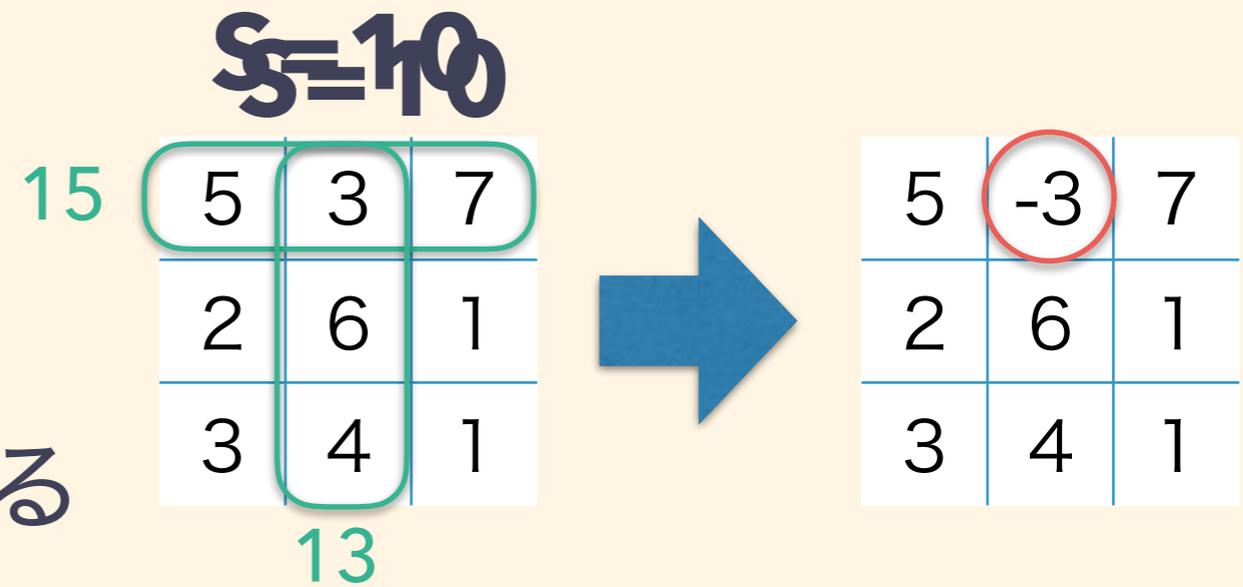
問題文: shora_kujira16

解答: darsein, not

解説: darsein

問題概要

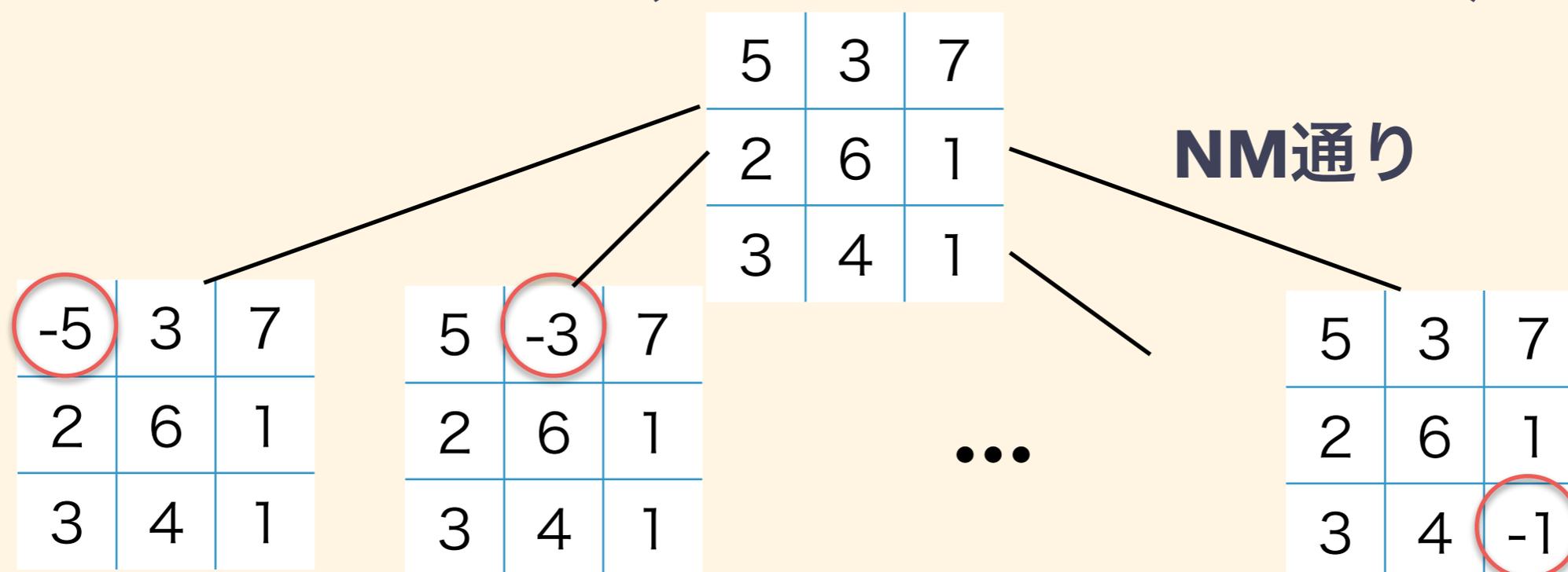
- $N \times M$ の整数行列が与えられる
- どの連続部分列 (行) もその要素和が S 以下にしたい
 - できる操作は NM 個の要素の1つを選んで符号反転、
を K 回まで
- K 回までの操作で条件を満たせるかYes/Noを答えよ
- 制約: $1 \leq N, M \leq 10, 1 \leq K \leq 5, 1 \leq S \leq 10^6$



想定 TLE 解法: 全探索

- NM 個ある要素から1つ選んで符号反転、を K 回繰り返す
- その後全区間を調べて条件を満たすか判定
- 計算量: 探索空間 $O(N^K M^K)$ 、判定 $O(N^2 M + N M^2)$

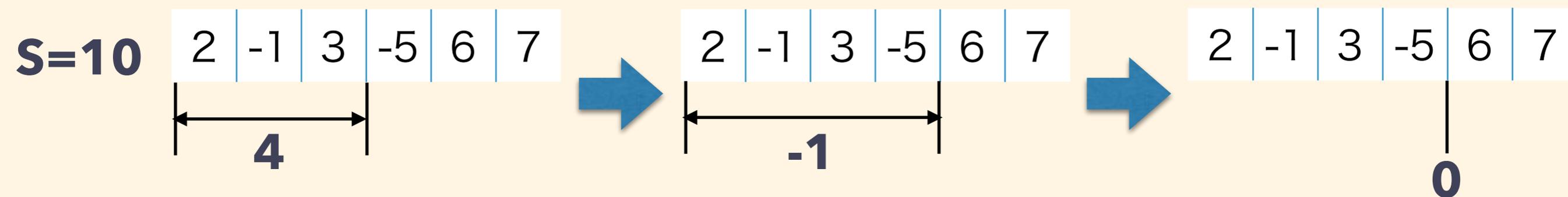
全体で $O(N^{K+2} M^{K+1} + N^{K+1} M^{K+2})$



判定高速化: しゃくとり法

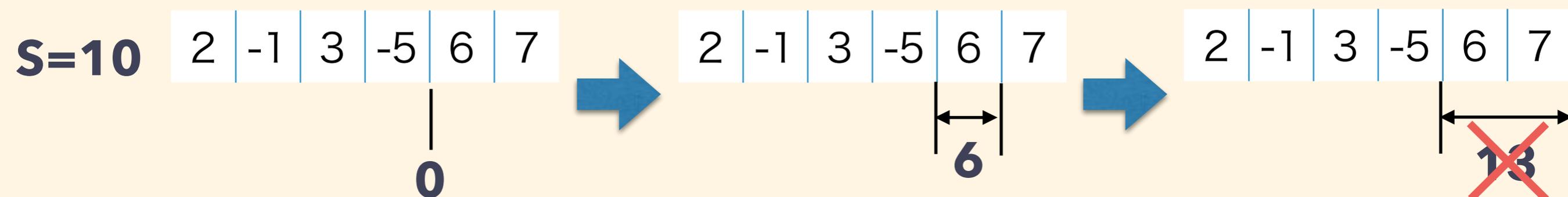
- ある列 (or 行) について、始めから貪欲に要素を足していく
- 和が負になったらリセットして開始地点を現在の地の次にずらす
- 和がS以上になったらアウト
- 計算量: $O(N)$ (or $O(M)$)

→ 判定が $O(NM)$ でできるようになった



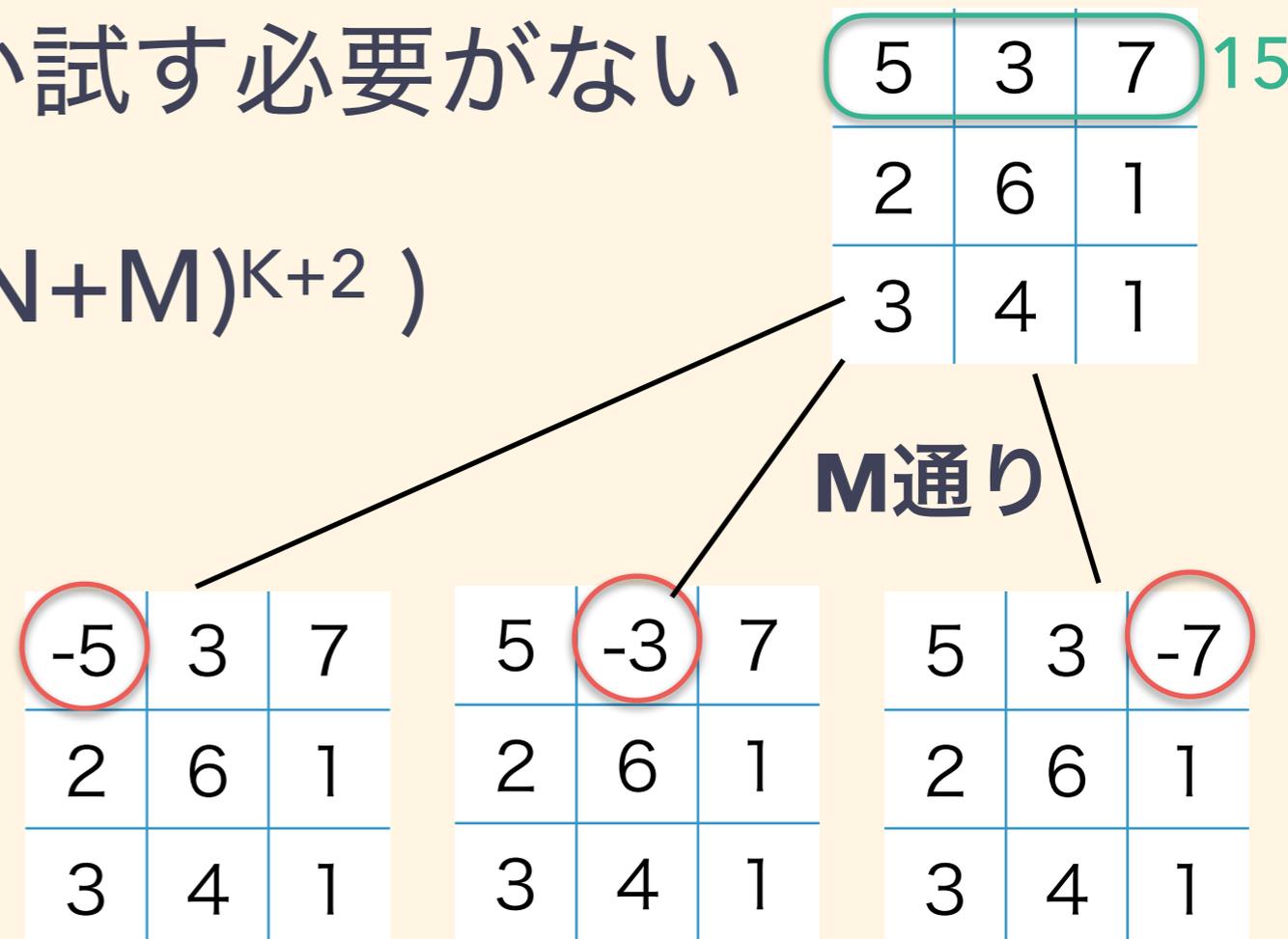
判定高速化: しゃくとり法

- ある列 (or 行) について、始めから貪欲に要素を足していく
- 和が負になったらリセットして開始地点を現在地の次にずらす
- 和がS以上になったらアウト
- 計算量: $O(N)$ (or $O(M)$)
 - 判定が $O(NM)$ でできるようになった

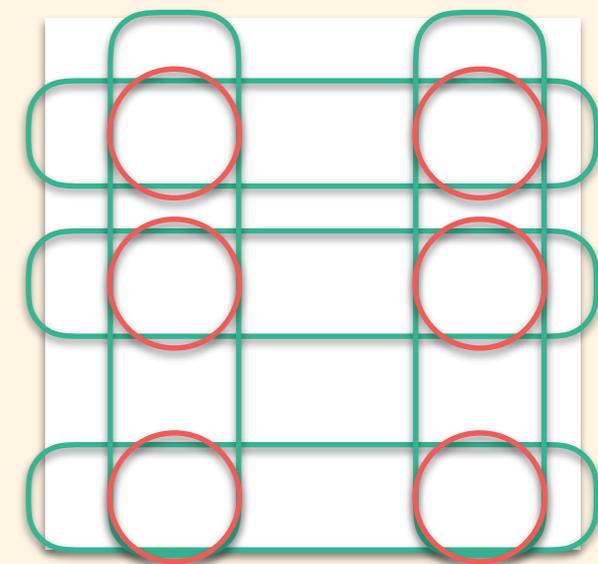


区間を利用した枝刈り

- しゃくとり法で S 以上の区間 $[l, r)$ が見つかる
 - $[l, r)$ のどれかは必ず反転しなければならない
- $[l, r)$ 中の候補は $O(N)$ or $O(M)$ 通りしかない
 - $O((N+M)^K)$ 通りしか試す必要がない
- 計算量: 判定込みで $O((N+M)^{K+2})$



別解: 候補の絞り込み



- S以上になる部分列を持つ列・行を列挙
 - 該当する列・行どちらかがK以上ならただちに
No
- 行・列の交点は K^2 個しかない。このうちK個使うのを全部試す ($O(K^2K)$ 通り)
- 残りは行・列が独立したもののだけなので、行・列ごとに必要な反転数を求める
 - 和 (交点で使った数含む) がK以下なら Yes

1次元での反転数最小化

- DPで解ける
 - DP[いまi番目][これまでj個反転した] := 現在の和
 - $DP[i][j] = \min(\max(0, DP[i-1][j] + a[i]), \max(0, PD[i-1][j-1] - a[i]))$
 - $\max(0, \cdot)$ を取るのはしゃくとりと同じ理由
- 計算量: $O(K(N+M))$
 - 探索と合わせて全体で $O(K^{2K+1} NM)$

Writer 解

- darsein: 144 行 3475 bytes (C++)
- not: 82 行 2185 bytes (C++)

統計情報

- AC / submissions
 - 13 / 58 (22.41%)
- First Acceptance
 - ainta (80:54)