

夏合宿 2019 G

# Route Calculator Returns

原案 : smiken

問題文 : climpet

データセット : smiken

解説 : smiken

# 問題概要

2

3	2	*	9
4	+	7	1
1	8	5	*
*	3	+	9

マス目に  
1~9の数字か + か \* が  
書かれている。

左上マスから右下マスまで  
→と↓方向だけに進む。

全経路の  
数式の計算結果の和は？？

# 例

3	2	*
4	+	7

$$32 * 7 = 224$$

$$32 + 7 = 39$$

$$34 + 7 = 41$$

合計      **304**

$\binom{H+W-2}{H-1}$  通り調べるのは無理!!

# 1次元なら

4

括弧が無いので単純なDPでOK

$i$  文字目までの式を  $A[i] + B[i] * C[i]$  と書くといい

123+31413\*2324+232+443131\*532\*146333631

$A[i]$



$B[i]$



$C[i]$

最後の +

最後の \*

# 1次元なら

5

括弧が無いので単純なDPでOK

$i$  文字目までの式を  $A[i] + B[i] * C[i]$  と書くといい

遷移は以下の通り.  $A[n] + B[n] * C[n]$  が答

$i+1$ 文字目が →	+	*	$d$ (数字)
$A [i+1]$	$A[i] + B[i] * C[i]$	$A[i]$	$A[i]$
$B [i+1]$	1	$B[i] * C[i]$	$B[i]$
$C [i+1]$	0	0	$10C[i] + d$

# 二次元に拡張

6

あるマスへのパスが複数存在する。

左上からマス(i,j)への各パスpに対してAp , Bp , Cp を定義

$$A[i,j] = \sum A_p$$

$$B[i,j] = \sum B_p$$

$$C[i,j] = \sum C_p$$

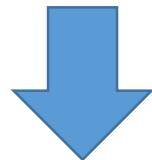
と定めるとうまくいかない

遷移時に  $\sum B_p C_p$  が必要だが  
 $\sum B_p$  と  $\sum C_p$  からは求まらない

# 1次元にもどって遷移を眺める

7

i+1文字目が →	+	*	d (数字)
A [i+1]	$A[i] + B[i] * C[i]$	A[i]	A[i]
B [i+1]	1	$B[i] * C[i]$	B[i]
C [i+1]	0	0	$10C[i] + d$



$D[i] = B[i]*C[i]$  と置き換える

i+1文字目が →	+	*	d (数字)
A [i+1]	$A[i] + D[i]$	A[i]	A[i]
B [i+1]	1	D[i]	B[i]
D [i+1]	0	0	$10D[i] + dB[i]$

# 1次元にもどって遷移を眺める

8

i+1文字目が →	+	*	d (数字)
A [i+1]	A[i] + D[i]	A[i]	A[i]
B [i+1]	1	D[i]	B[i]
D [i+1]	0	0	10D[i] + dB[i]

遷移が全部線形になっている(dは定数)

$$P \begin{pmatrix} A[i] \\ B[i] \\ D[i] \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A[i+1] \\ B[i+1] \\ D[i+1] \\ 1 \end{pmatrix}$$

を満たす4\*4行列 P が11種類作れる

# 2次元に戻る

9

問題は次のように言い換えられる

- ・各マス目に $4 \times 4$ 行列が載っている
- ・スタートで列ベクトル $(0,1,0,1)'$ を持つ
- ・左上から右下へベクトルに行列を掛けながら進む
- ・全経路で得られたベクトルの和の第1,3成分の和は？

この問題は素直なDPで解ける

$DP[i][j]$ =マス $(i,j)$ まで到達する全経路で  
得られた列ベクトルの和

# 統計情報

10

正答数	8
提出数	10

FA オンサイト

Seica\_on\_the\_World (137:19)

FA 全体

kinokkory (134:19)