

夏合宿2019G

Route Calculator Returns

原案 : smiken

問題文 : climpet

データセット : smiken

解説 : smiken

問題概要

3	2	*	9
4	+	7	1
1	8	5	*
*	3	+	9

マス目に
1~9の数字か+か*が
書かれている。

左上マスから右下マスまで
→と↓方向だけに進む。

全経路の
数式の計算結果の和は??

例

3	2	*
4	+	7

$$32 * 7 = 224$$

$$32 + 7 = 39$$

$$34 + 7 = 41$$

合計 **304**

$\binom{H+W-2}{H-1}$ 通り調べるのは無理!!

1次元なら

括弧が無いので単純なDPでOK

i文字目までの式を $A[i] + B[i] * C[i]$ と書くといい

123+31413*2324+232+443131*532*14633363**1**

A[i]



最後の +

B[i]



最後の *

C[i]

1次元なら

括弧が無いので単純なDPでOK

i 文字目までの式を $A[i] + B[i] * C[i]$ と書くといい

遷移は以下の通り. $A[n] + B[n] * C[n]$ が答

$i+1$ 文字目が \rightarrow	+	*	d (数字)
A [$i+1$]	$A[i] + B[i] * C[i]$	A [i]	A [i]
B [$i+1$]	1	$B[i] * C[i]$	B [i]
C [$i+1$]	0	0	$10C[i] + d$

二次元に拡張

あるマスへのパスが複数存在する。

左上からマス(i,j)への各パスpに対して A_p, B_p, C_p を定義

$$A[i,j] = \sum A_p$$

$$B[i,j] = \sum B_p$$

$$C[i,j] = \sum C_p$$

と定めるとうまくいかない

遷移時に $\sum B_p C_p$ が必要だが
 $\sum B_p$ と $\sum C_p$ からは求まらない

1次元にもどって遷移を眺める

i+1文字目が →	+	*	d (数字)
A [i+1]	$A[i] + B[i] * C[i]$	A[i]	A[i]
B [i+1]	1	$B[i] * C[i]$	B[i]
C [i+1]	0	0	$10C[i] + d$



$D[i] = B[i] * C[i]$ と置き換える

i+1文字目が →	+	*	d (数字)
A [i+1]	$A[i] + D[i]$	A[i]	A[i]
B [i+1]	1	D[i]	B[i]
D [i+1]	0	0	$10D[i] + dB[i]$

1次元にもどって遷移を眺める

$i+1$ 文字目が \rightarrow	+	*	d (数字)
A [i+1]	$A[i] + D[i]$	A[i]	A[i]
B [i+1]	1	D[i]	B[i]
D [i+1]	0	0	$10D[i] + dB[i]$

遷移が全部線形になっている (dは定数)

$$P \begin{pmatrix} A[i] \\ B[i] \\ D[i] \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A[i+1] \\ B[i+1] \\ D[i+1] \\ 1 \end{pmatrix}$$

を満たす4*4行列 P が11種類作れる

2次元に戻る

問題は次のように言い換えられる

- 各マス目に4*4行列が載っている
- スタートで列ベクトル(0,1,0,1)'を持つ
- 左上から右下へベクトルに行列を掛けながら進む
- 全経路で得られたベクトルの和の第1,3成分の和は？

この問題は素直なDPで解ける

DP[i][j]=マス(i,j)まで到達する全経路で
得られた列ベクトルの和

統計情報

10

正答数 8

提出数 10

FA オンサイト

Seica_on_the_World (137:19)

FA 全体

kinokkory (134:19)