

JAG ICPC模擬国内予選2023

H: オリエンテーリング

原案 : riantkb

問題文 : climpet

データセット : riantkb

解答 : climpet, riantkb (, hos)

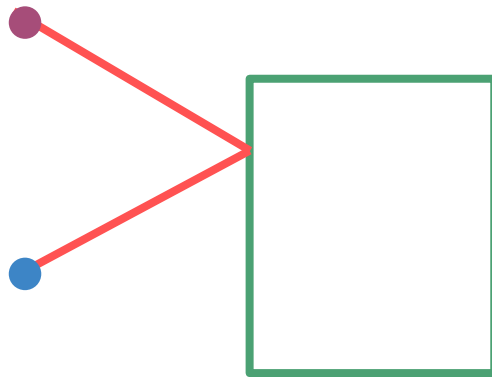
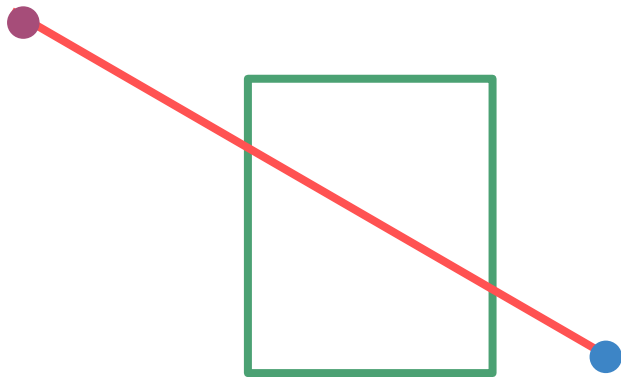
解説 : riantkb

問題概要

- 二次元平面上に N (≤ 9) 個の長方形が与えられる
- 原点からスタートし、これらの長方形に順番に触れ
原点まで戻ってくるのにかかる移動距離の最小を求めよ
 - 長方形の内部に入ることはできる
 - 各長方形は互いに接さない、かつ共通部分を持たない
 - 各長方形は原点と接さない、かつ原点を含まない

考察

- 長方形の頂点だけ考えれば良い？
- そんなことはなく、長方形の頂点以外の部分を通過したり、長方形の辺で反射したりする

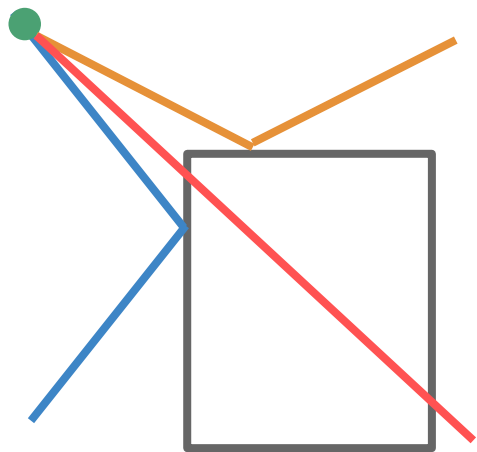


考察

- もし反射がなければ？
- 反射するケースを無視すると、以下に示すような $O(N^3)$ の区間 DP となる
 - $dp[i][j] := i$ ($1 \leq i \leq N$) 番目の長方形の j ($1 \leq j \leq 4$) 番目の頂点までの最短距離と定義すると、
 - $dp[i][j] = \min_{\{k < i, l\}} (dp[k][l] + \text{dist}((i, j), (k, l)))$
 - $\text{dist}((i, j), (k, l))$ は i 番目の長方形の j 番目の頂点から k 番目の長方形の l 番目の頂点までの直線距離、ただし間に $i < p < k$ を満たす長方形をこの順番に通れない場合はINF

考察

- 反射について
- 始点(どの長方形のどの頂点からスタートするか)が定まっているとき、反射として考えるべきは以下の高々 3 通りである
 - 反射しない
 - x 軸に平行な辺のうち、始点により近い方で反射する
 - y 軸に平行な辺のうち、始点により近い方で反射する
- 反射の実現は、その辺を軸にそれ以降の長方形を全て反転させればよい
 - 反転の際に長方形の頂点の対応を変えないように注意



解法

- よって、以下を行えばよい
- $dp[i][j] := i$ 番目の長方形の j 番目の頂点までの最短距離という DP テーブルを埋めていく
- 更新は、ある長方形のある頂点から始めて DFS を行う
- DFS の内部では、反射について高々 3 通りに分岐するが、それらに対応した変換をその後の長方形に行い、各頂点についてそこまで直線的に移動できるかを判定する
- 計算量は $O(N^3 3^N)$ となる

別解

- 以下のような別解(当初の想定解)もあります(こちらの方が実装は大変)
- 長方形ではなく N 個の線分に対する問題は $O(N^3)$ で解ける(詳細は省略)ので、線分の場合を解く
- 各長方形の辺を選ぶ通り数は $O(4^N)$ あるように見えるが、直前に選んだ線分から遠い側の辺はそこに到達するまでに必ず他の辺を通るので考える必要がなく、 $O(3^N)$ 通りとなる

別解 その 2

- おそらく山登りのような解法でも頑張れば通せると思っています
(未検証)

ジャッジ解

- climpet (C++): 171 lines, 3.3 kB
- riantkb (C++): 367 lines, 10.2 kB
- riantkb (C++, 別解): 316 lines, 8.8 kB
- hos (C++, 山登り, 本番 4 時間前に撃墜): 159 lines, 4.5 kB

統計情報

- AC teams / Trying teams
 - 1 / 2
- First Acceptance
 - Speed Star (2:45:28)