

# Sum Source Detection

原案 : tomerun

問題文 : darsein

データセット : kurome\_u\_u

解答 : tomerun, darsein, kurome\_u\_u

解説 : kurome\_u\_u

# 問題概要

- Qラウンドのゲームを行う
- $N+M$ 人がそれぞれ正整数を持つ
  - $N$ 人(open)の持つ整数 $O_i$ は全ラウンドを通じて固定
  - $M$ 人(secret)の持つ整数はラウンド毎に変更可能
  - ただし,  $N+M$ 人の整数の和は必ず $K$
- 回答者には, openの整数既知だがsecretの整数は不明
- 各ラウンドで $N+M$ 人が持つ整数の部分 $X$ を構成するために必須のopenを特定して欲しい
- 制約
  - $1 \leq N, 0 \leq M, N+M \leq 40$
  - $1 \leq K \leq 200,000$
  - $1 \leq Q \leq 10000$
  - $1 \leq O_1 \leq \dots \leq O_N \leq K$
  - $0 \leq X_i \leq K$

# 考察

- 構成出来る部分和を, openとsecret別々に求めて組み合わせる計算すれば良さそう
- $N+M \leq 40$  ...long long等のbitで管理出来そう  
→  $dp[x] := x$ を構成するために必須となるopenのindex番目のbitを1にした値

## 【open】

- 必須かどうかのDPの更新:  $dp[x] \&= dp[x-o[i]] \mid (1 \ll i) \cdots O(NK)$

## 【secret】

$$T := K - \sum O_i$$

$$U := O[0] - 1$$

- $T \leq U * (M - 1) + 1$   
→  $[0, T]$ を構成可能
- $T > U * (M - 1) + 1$   
→  $[0, 0], [T\%U, U], [T\%U + U, 2U], \dots, [T\%U + (M-2)U, (M-1)U], [T, T]$  ( $M+1$ 個の区間)

※ $M == 1$ のときはコーナーケースになり得るので注意

# 解法 1

1. openのみで構成出来る整数の候補をDPで求める… $O(NK)$   
dp[x]のi番目のbitが立っている = i番目のopenは必須 のように設定
2. 更に, 各open毎に, 構成するために必須となる整数の個数の累積和sum[N][K+1]を求めておく… $O(NK)$
3. closeのみで構成出来る整数を,  $M+1$ 個の区間で持っておく… $O(M)$
4. 各ラウンドのXに対して, Xから $M+1$ 個の区間の各値を引いて出来る非負整数から成る区間( = Xを構成するために必要な残りの整数から成る区間)を作り, それらの区間の全ての値を構成するために必要なopenを求める. 上記の累積和を用いると区間毎に $O(1)$ で判定可能… $O(QNM)$

全体で $O(NK + QNM)$

# 解法 2

1. closeのみで構成可能な整数 $k$ について, 解法1のopenの $dp[k]$ の値を0にしておく $\dots O(MK)$
2. 解法1と同様にopenの $dp$ を行う $\dots O(NK)$
3. 各ラウンドの $X$ に対して,  $dp[X]$ のビットを $N$ 人のopen毎に調べる $\dots O(QN)$

全体で $O(MK + NK + QN)$

# 解法 3

1.  $X$ を構成するために必須かどうかを2つのDPで求める
  - 単に $X$ を構成可能かどうか調べるだけのDP1... $O(NK)$
  - open毎に, そのopen抜きで $X$ を構成可能か調べるDP2...  
 $O(N^2K)$
2. 各ラウンドの $X$ に対して,  $dp[X]$ のビットを $N$ 人のopen  
毎に調べる... $O(QN)$

全体で $O(N^2K + QN)$

- 更に $K$ に関してbitsetでDP配列の操作を高速化可能
- 更に $N$ に関して分割統治で高速化可能

# ジャッジ解

- 解法 1

darsein: 145行(3912バイト, C++)

tomerun: 108行(2773バイト, Java)

- 解法 2

kurome: 73行(1415バイト, C++)

- 解法 3

kurome(DPx2): 71行(1490バイト, C++)

kurome(bitset): 63行(1349バイト, C++)

# 結果

- Accept/Submit: 4/9
- First Accept:  
On site: DEGWasshun  
All: zimpha