

D-Nose And Lung

原案:sortreew,nuip,potetisensei

解法:sortreew,poteti

tester:tumoi

September 15, 2019

問題概要

鼻 $\{1, 2, \dots, N\}$ の部分集合からなる肺 A_i が 1 個以上ある。鼻のべき集合の要素 S_j それぞれに対して、 $A_i \subseteq S_j$ なる A_i が存在すれば、1、存在しないなら 0 が与えられる。肺の個数の最小値を求めよ

集合 S_j に対する入力を $f(S_j)$ とする。

$$f(S_j) = 1 \rightarrow f(S_j \cup k) = 1, k \notin S_j$$

元から死んでいるなら塞ぐ鼻の数を増やしても当然死ぬ

$$f(S_j) = 1 \rightarrow f(S_j - k) = 1, k \in S_j$$

元から生きているなら塞ぐ鼻の数を減らしても当然生きている

これらに反すれば矛盾

$f(S_j) = 1 \wedge \forall k \in S_j (f(S_j - k) = 0) \rightarrow S_j$ に対応する肺がある
1つでも鼻を開けると生きているなら、塞いでいる鼻すべてとつながって
いる肺がある。

前述の矛盾を調べつつ、 $f(S_i) = 1$ となる S_i の集合のうち、極小を数え上げる。

集合が $O(2^N)$ 種類あり、矛盾および極小の判定に $O(N)$ かかるので、全体で $O(N2^N)$ で解ける。

誤解法としては肺が存在すれば常に 1 つであると仮定したものや、肺の数があまり多くなならないと考えている解法がありました（肺は最大で $nC(n/2)$ くらいあります）

FirstAC:Heno_World(00:20)