

Problem D

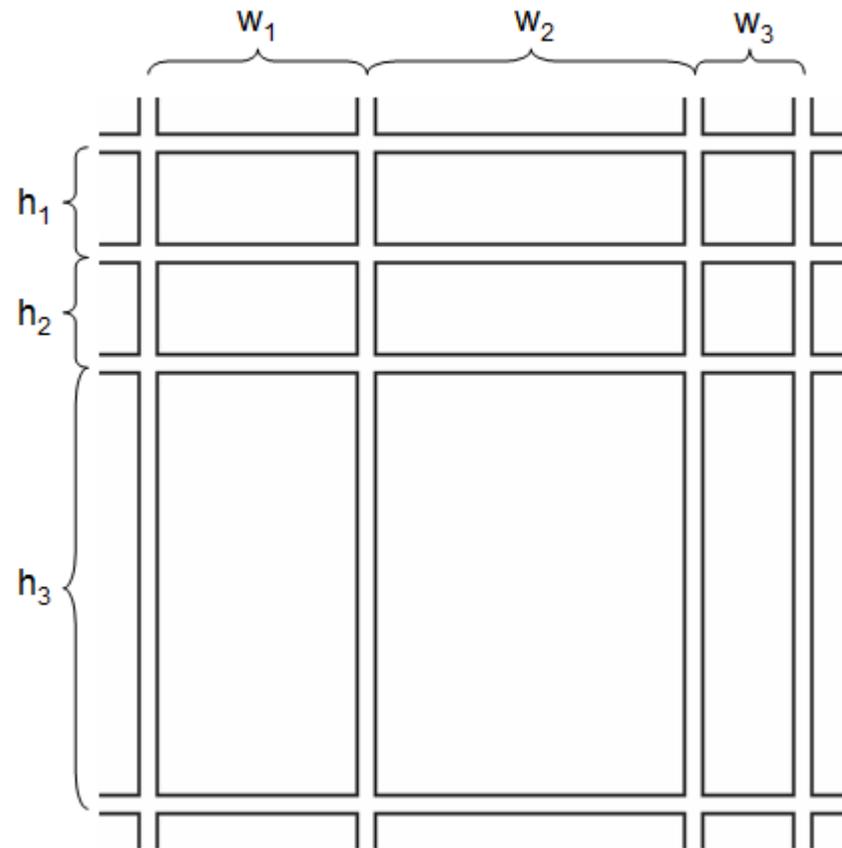
Square Route

出題/解説:

Kazuhiro Inaba

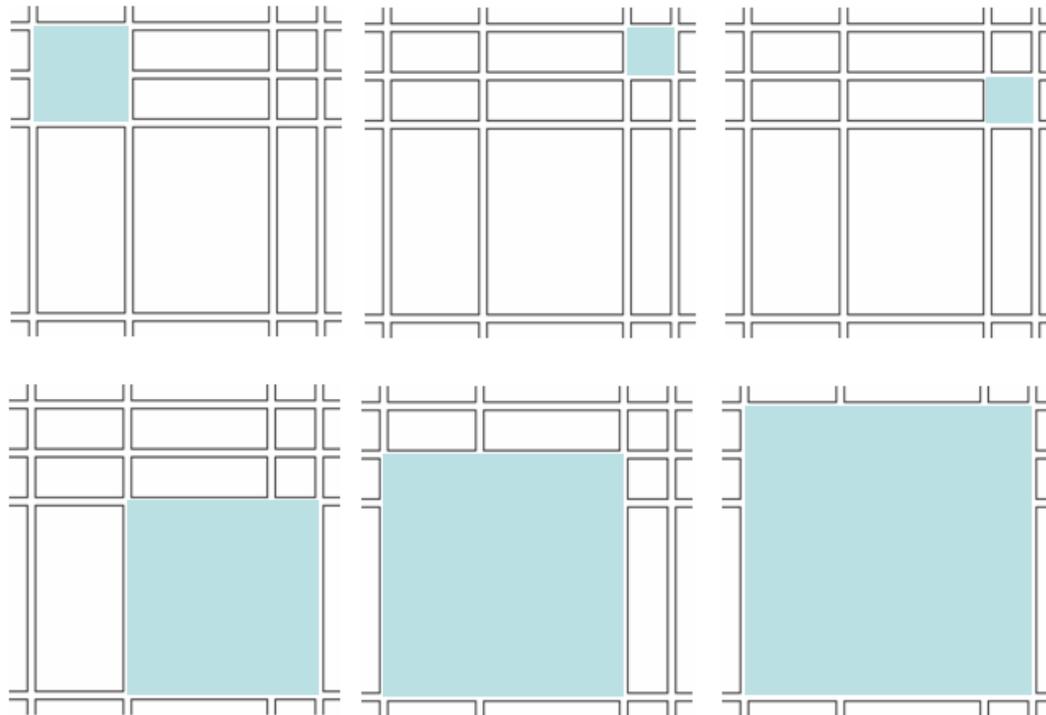
問題

- 水平/垂直に複数の道が走っている
- 正方形は何個？



問題

□ サンプルなら6個

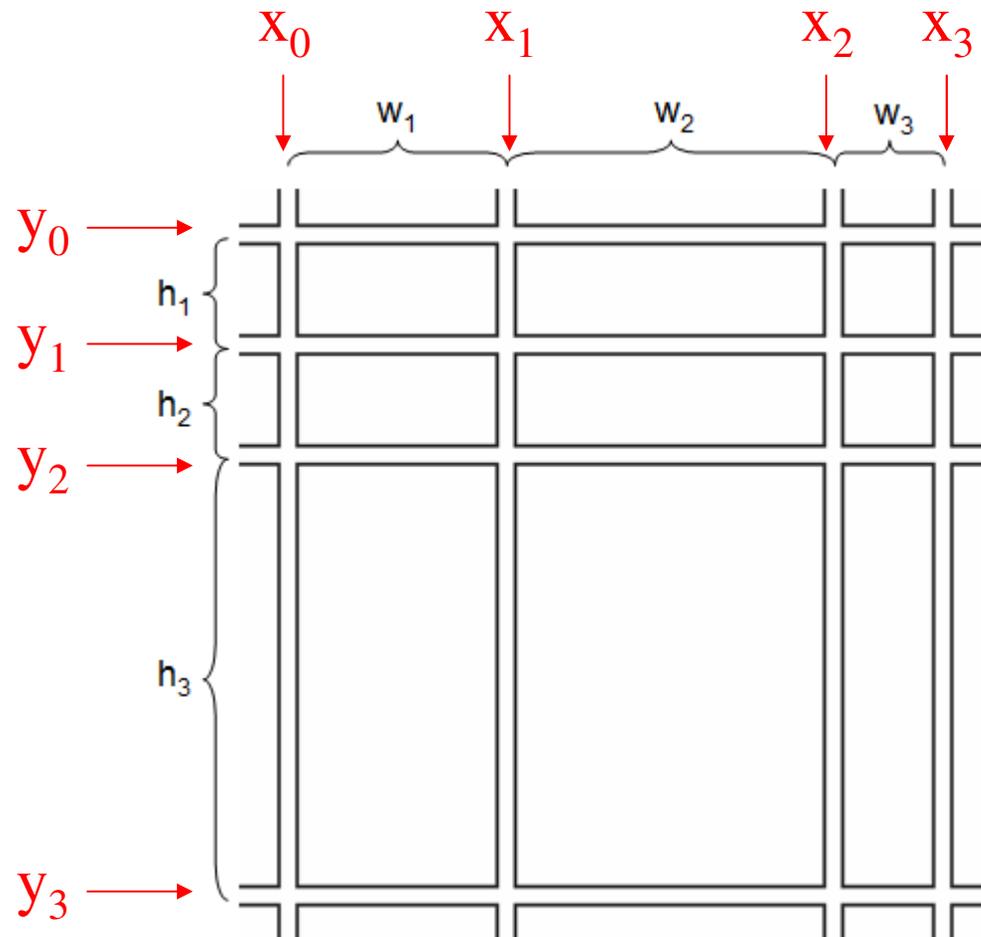


解法

前処理(道のx,y座標を計算)

- $y_0=0$
- $y_1=y_0+h_1$
- $y_2=y_1+h_2$
- $y_3=y_2+h_3$
- ...

- $x_0=0$
- $x_1=x_0+w_1$
- $x_2=x_1+w_2$
- ...

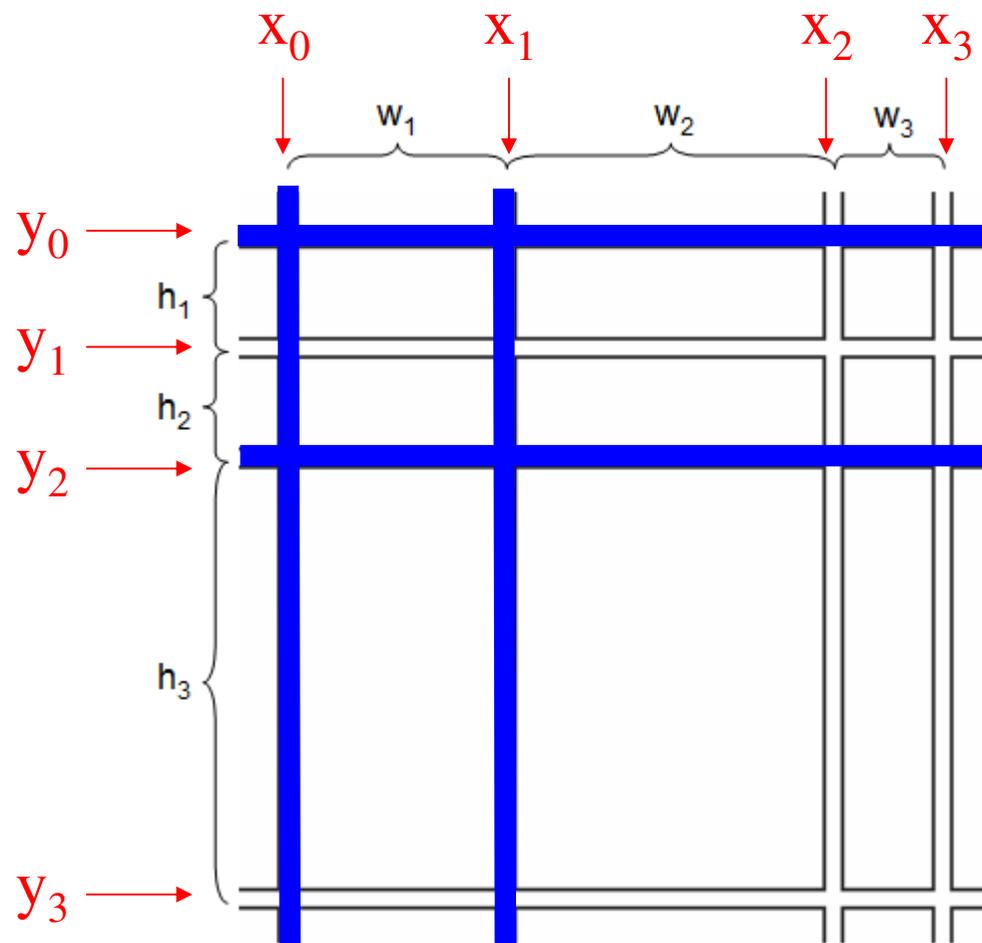


正方形カウント

- いろいろな方法があります
 - 全探索
 - ジグザグ歩き
 - ナナメ45度線
 - 辺の長さで分類
- (他にもあるかも...?)

正方形カウント(全探索)

- 道を4本選んで正方形になるか判定
 - 4本の選び方を全通り試す
- $O(N^2M^2)$
 - 遅すぎる!
 - **これは不正解**



正方形カウント(全探索)

□ 擬似コード

```
count = 0
for w in 0 ... x.length
  for e in w+1 ... x.length
    for n in 0 ... y.length
      for s in n+1 ... y.length
        if x[e]-x[w] == y[s]-y[n]
          count++
```

- 遅すぎる！
- **これは不正解**

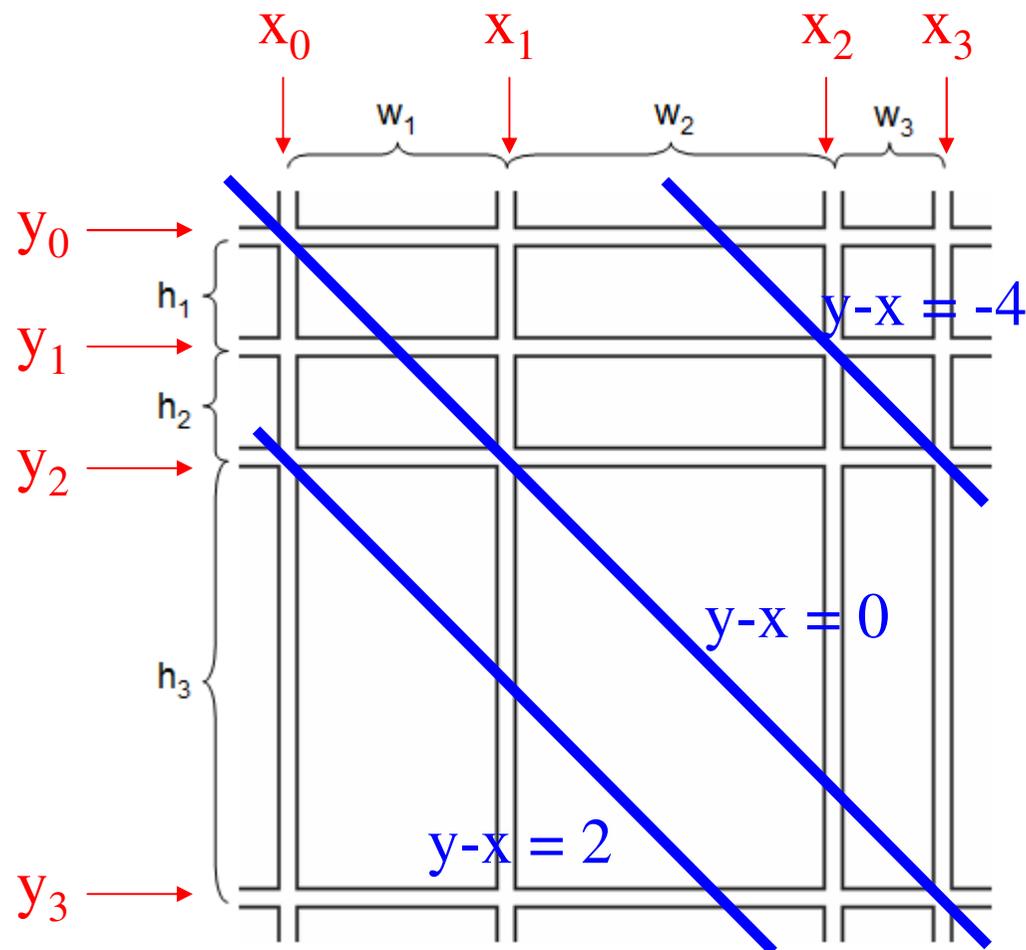
正方形カウント(ジグザグ歩き)

□ 擬似コード

```
count = 0
for w in 0 ... x.length
  for n in 0 ... y.length
    e = w+1
    s = n+1
    while e < x.length && s < y.length
      if x[e]-x[w]==y[s]-y[n]: count++
      if x[e]-x[w]<=y[s]-y[n]: e++
      if x[e]-x[w]>=y[s]-y[n]: s++
    (...以下略...)
```

正方形カウント(ナナメ45度線)

- 正方形の北西角と南東角は常に $y-x$ が等しい
- 逆も真
 - 全てのナナメ45度線について、交差点が何個乗ってるか数える
 - 例えば $y-x=0$ 線には3個あるので、正方形の作り方は ${}_3C_2 = 3$ 通り
- $O(NM)$
 - 正解の一つ
 - TreeMapを使うと $O(NM \log(NM))$



正方形カウント(ナナメ45度線)

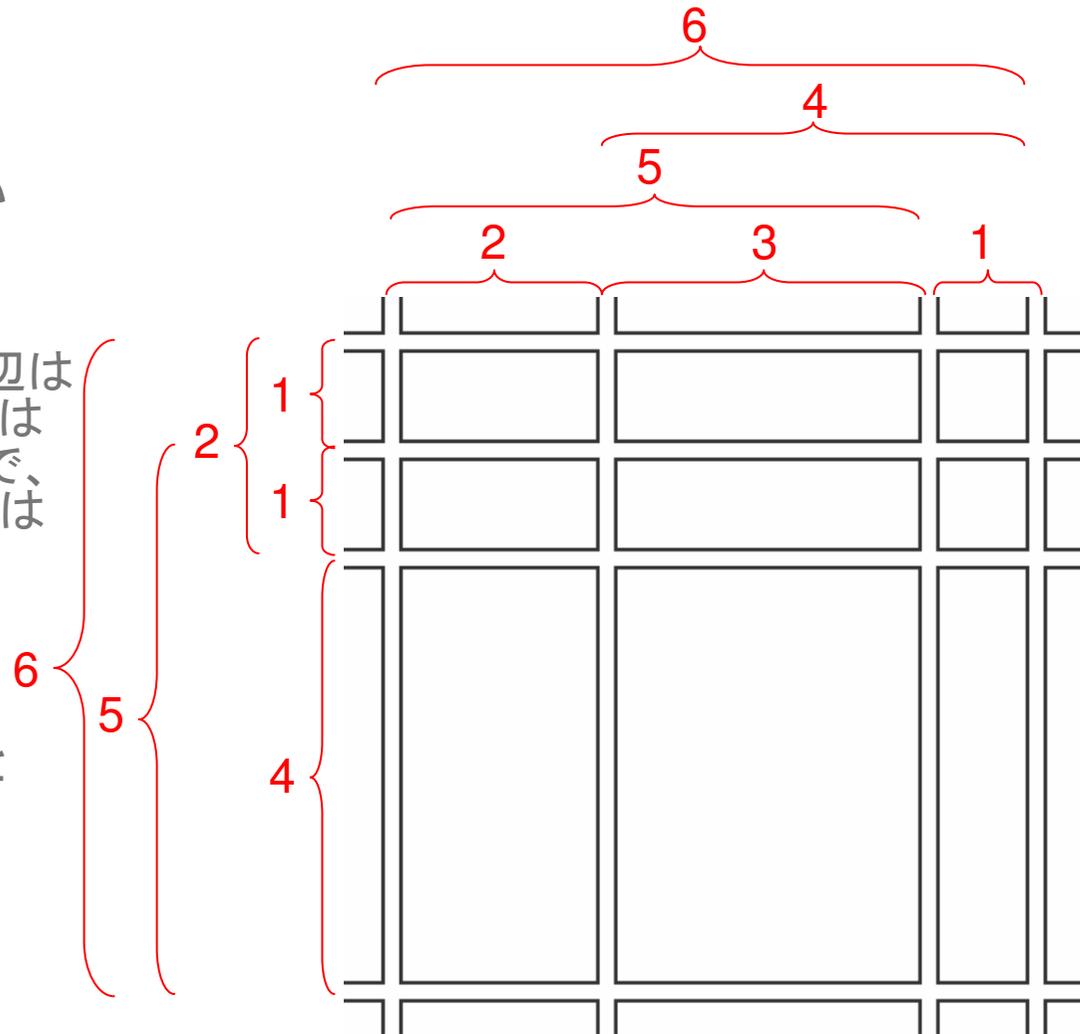
□ 擬似コード

```
naname = new Map()
for i in 0 ... x.length
  for j in 0 ... y.length
    naname[y[j]-x[i]] ++

count = 0
for k,v in naname
  count += v*(v-1)/2
```

正方形カウント(辺の長さで分類)

- 正方形 == 縦横の辺が等しい
 - 可能な縦/横の辺の長さを列挙
 - たとえば縦1の辺は2通り、横1の辺は2通り作れるので、辺長1の正方形は $2 \times 1 = 2$ 通り
- $O(N^2 + M^2)$
 - 正解の一つ
 - TreeMapを使うと $O(N^2 \log(N) + M^2 \log(M))$



正方形カウント(辺の長さで分類)

□ 擬似コード

```
yoko = new Map()
for i in 0 ... x.length
  for j in i+1 ... x.length
    yoko[x[j]-x[i]]++
tate = new Map()
(...同上...)

count = 0
for k,v in yoko
  count += yoko[k] * tate[k]
```

統計情報

- 43 submits
- 30 accepts
- First accept: 27m52s
- Last accept: 2h58m25s