

Problem H

Vending Machine

原案：野田

担当：松本，吉田，八森

問題概要

- N 種類の硬貨で M 円のお釣りを支払いたい
- 一度の操作では、同じ種類の硬貨は同時に1枚しか出せないが、異なる種類の硬貨は同時に複数枚出せる
- お釣りを支払うのに必要な操作の回数の最小値を求めよ
 - つまり、各硬貨を k 枚以下使って M 円を支払うときの k の最小値

だめな解法

- 「x円を支払うことができるか」を表すサイズM+1のbool配列を用意する
- 「k回の操作で支払うことができるかの配列」から「k+1回の操作で支払うことができるかの配列」は $O(NM)$ で求められる
- 全体の計算量は $O(NM^2)$
 - 細かい改善はできるが、いずれにせよダメ(だと思う)

```
for(int k = 1; k <= M; k++){
    for(int i = 0; i < N; i++){
        for(int x = M; x >= coins[i]; x++){
            if(payable[x - coins[i]])
                payable[x] = true;
        }
    }
    if(payable[M]) return k;
}
```

想定解法

- 「各硬貨を k 枚以下使って M 円を支払うことができるか」という判定問題はDPで $O(NM)$ で解ける
 - 以下の $table[i][x]$ をDPで求める
 - $table[i][x]$: $i-1$ 番目までの硬貨を k 枚以下使ったときに, x 円を支払うのに必要な i 番目の硬貨の枚数の最小値
- k についてバイナリサーチすれば全体で $O(NM \log M)$