

Problem C: Dial Lock

Day 2, ICPC Summer Camp 2009

原案:北村 解答作成:吉田、北村

英文:三廻部 解説:北村

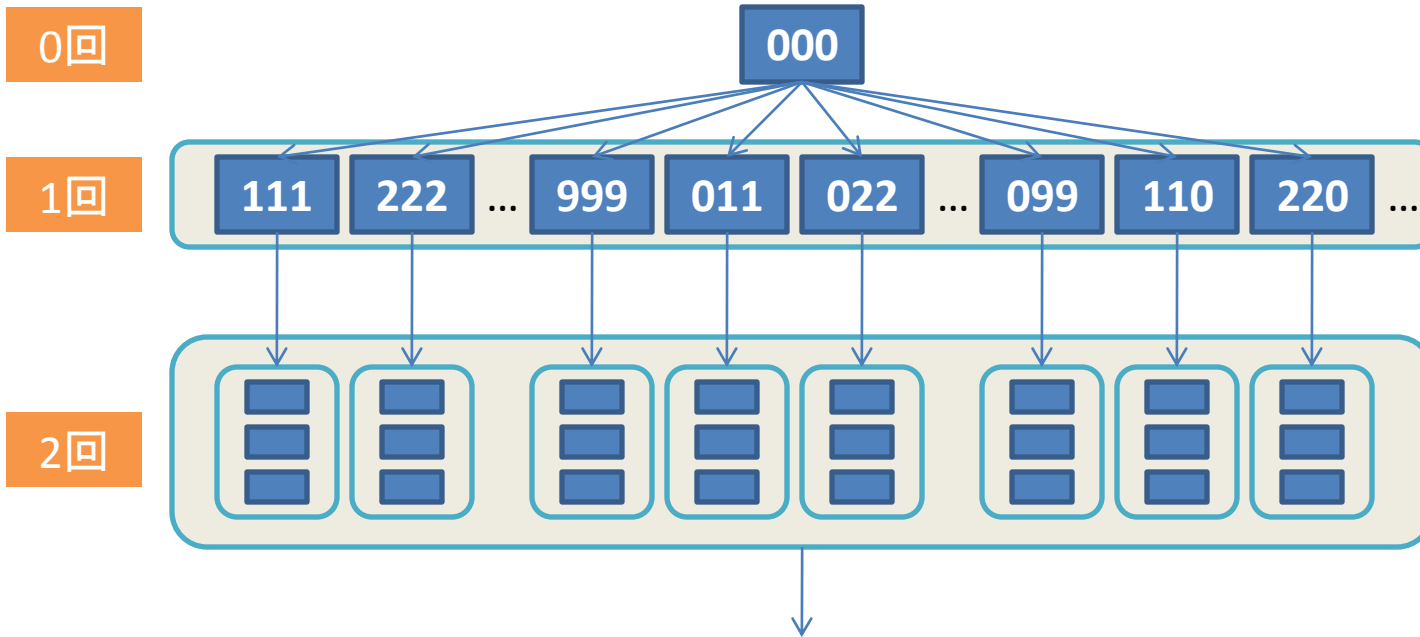
問題

- k個のダイヤルからなるダイヤル錠がある
- 一度に連続したダイヤルを同じ桁数分だけ回すことができる
- 解錠するためには何回回せばよいか



単純な解法 (1)

- 幅優先探索



※一度到達した状態は除外

単純な解法 (2)

- 最悪の場合は、可能な状態をすべて数え上げることになる
 - 全状態数: 10^k ($\leq 10^{10}$)
 - ちょっと多すぎる.....
- このままだとMLEあるいはTLE

Key Insight (1)

- 現在の*i*個目のダイヤルの数を $D[i]$ と書く
- 目的状態を同様に $G[i]$ と書く
- 端にあるダイヤルの表示数 $D[0]$ に注目

現在の状態 **012345** = $D[0...(k-1)]$

目的状態 **987654** = $G[0...(k-1)]$

Key Insight (2)

- $D[0] \neq G[0]$ の場合
 - $D[0]$ を1回だけ回転させるとしても一般性を損なわない
 - $D[0]$ を2回だけ回転させて最低手数で目的状態に至る手順が存在したとする
 - $D[0\dots p]$ を t 桁回す + $D[0\dots q]$ を s 桁回す
(ただし $p \leq q$)
 - このとき、 $D[0]$ を1回だけ回転させて、少なくとも同じ手数で目的状態に至る手順が存在する
 - $D[0\dots p]$ を $(t+s)$ 桁回す + $D[(p+1)\dots q]$ を s 桁回す

Key Insight (3)

- $D[0] == G[0]$ の場合
 - $D[0]$ は**1度も回転させなくてよい**
 - 先ほどと同様に証明可能
- 従って、下記の深さ優先探索でうまくいく
 - $D[0] != G[0]$ の場合
 - $D[0..i]$ ($0 \leq i < k$) を、 $D[0] == G[0]$ になるように回す
 - 残り $D[1..k]$ について再帰的に探索
 - $D[0] == G[0]$ の場合
 - $D[1..k]$ について再帰的に繰り返す

計算量

- 時間計算量は $O(k! * k)$
- $k \leq 10$ なのでおよそ 40M steps
- これなら間に合う！

解答状況

- 9 teams tried, 8 teams solved
- 17 submissions
 - 6 WA, 1 RE, 2 TLE
- お疲れ様でした