

Day2 Problem I: Tatami

問題作成：北村
解法作成：安達・吉野
解説：安達

問題概要

- $H \times W$ の部屋に畳を敷く
- 四つの畳の角が一か所に集まってはいけない
- 敷き方は何通りあるか?

想定解法

□ 枝刈り探索

- 畳を置きながら、条件を満たすかどうかで枝刈り
- 実は可能な敷き方は少ないので、枝刈りによってかなり高速化できる

□ DP

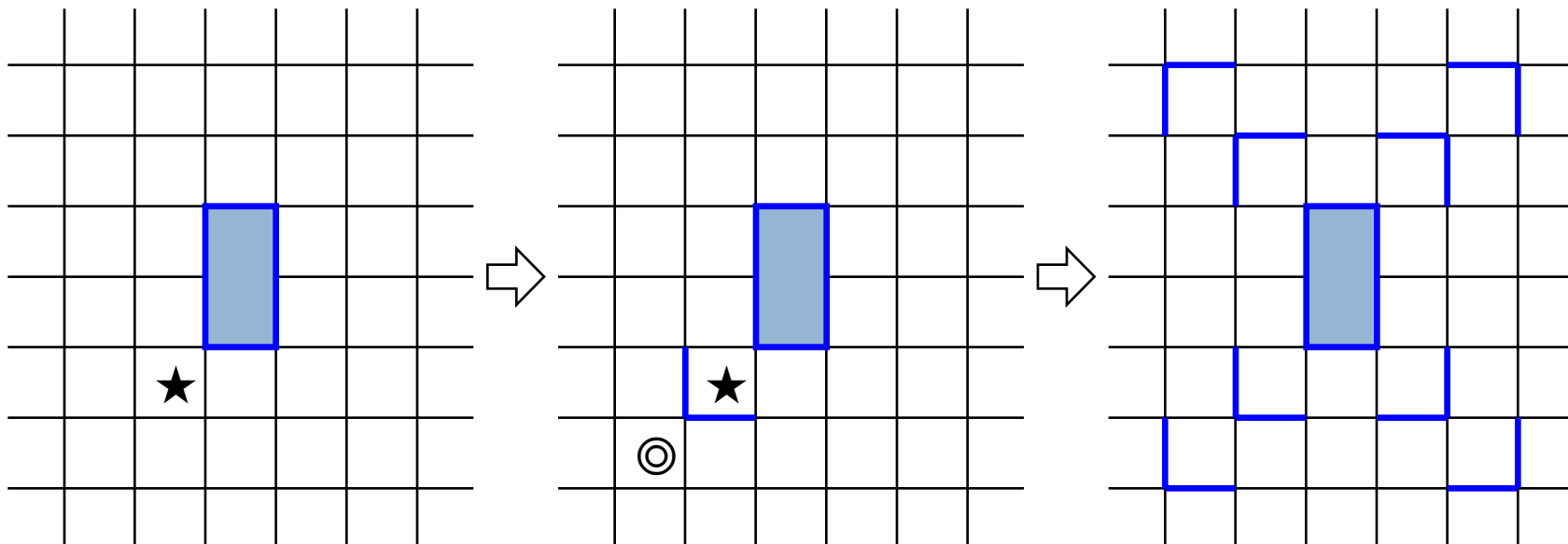
- 一行に注目すると「縦向きで次の行にはみ出している」「はみ出していない」「横向き」の三通りの畳がWマス = 3^W 通りの状態
 - だと大きいので、工夫して状態数を減らす
- 実は一次元のDPに帰着可能

枝刈り探索

- 各マスについて、畳をどの方向に敷けるかを持つ
- 一つの畳を敷くと、他のマスにおける畳の敷ける方向に影響を与えることができる →次スライド
- あるマスの敷き方がゼロ通りになったら失敗なのでバックトラック
- 敷ける方向が一通りのマスから優先的に敷いていく

枝刈り探索 (cont.)

□ 畳を置いたときの制約条件の伝播



★のマスに注目すると、
左向きと下向きには敷
けない

★のマスに「角」ができ、
◎のマスについても同
様の議論ができる

斜め四方向に制約条
件が伝播していく

一次元DP

- H が奇数のとき、 $H \times W$ (WLOG $H \leq W$) の盤面は $H \times H-1$ と $H \times H+1$ の二種類のブロックを使って構成するしかないことが証明できる
- H が偶数のときは、 $H \times 1$, $H \times H-2$, $H \times H$ の三種類
- 計算量 $O(W)$ のDPで解ける

結果

- Total submit: 2
- Total accepted: 2
- First accepted: HITORI# (83min.)