

Day3 Problem G

Strange Couple

原案：北村

担当：吉田，高橋，並木

英訳：泉

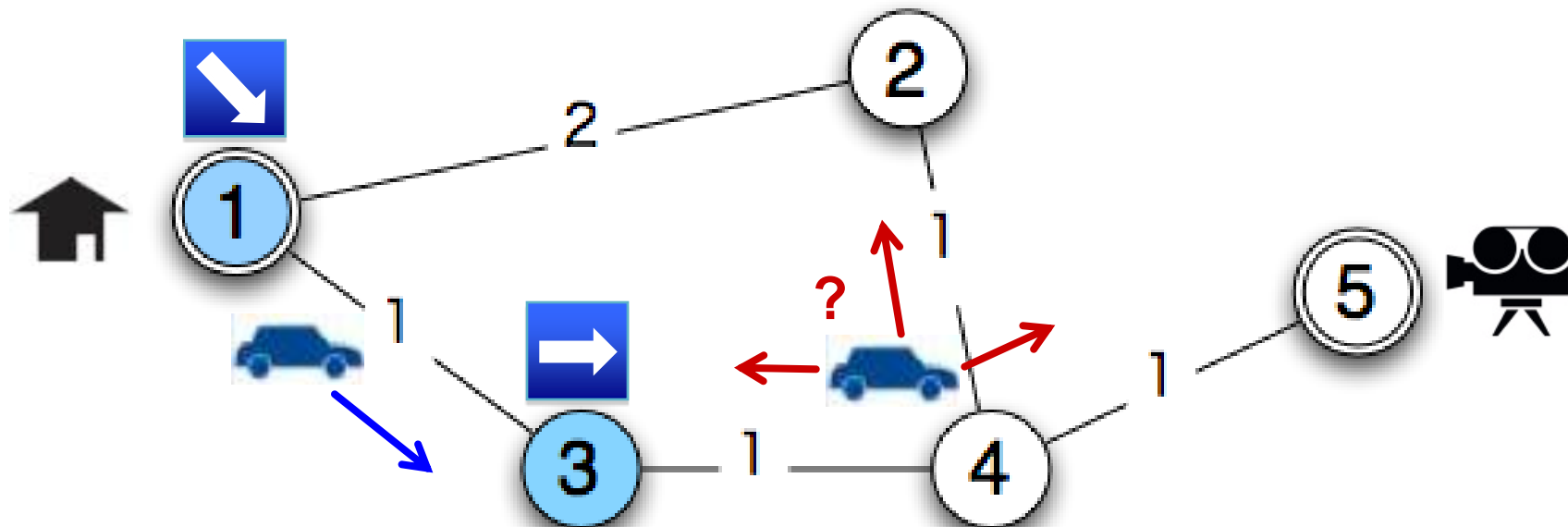
解説：並木

問題概要

- AliceとBobが車で家から目的地まで適当にドライブ
- Uターンあり
- 道路は無向グラフ
 - 頂点：交差点，辺：道路
 - 家と目的地は交差点にある
- 2種類の交差点
 - 案内標識なし：ランダムに道を選ぶ
 - 案内標識あり：その交差点から目的地への最短路に含まれる道を選ぶ(複数ある場合はそれらの中からランダム)
- **家から目的地に着くまでに通る道の距離の期待値を求めよ** (到達不可の場合はimpossibleと出力)

イメージ

- 以下はSample Inputの図

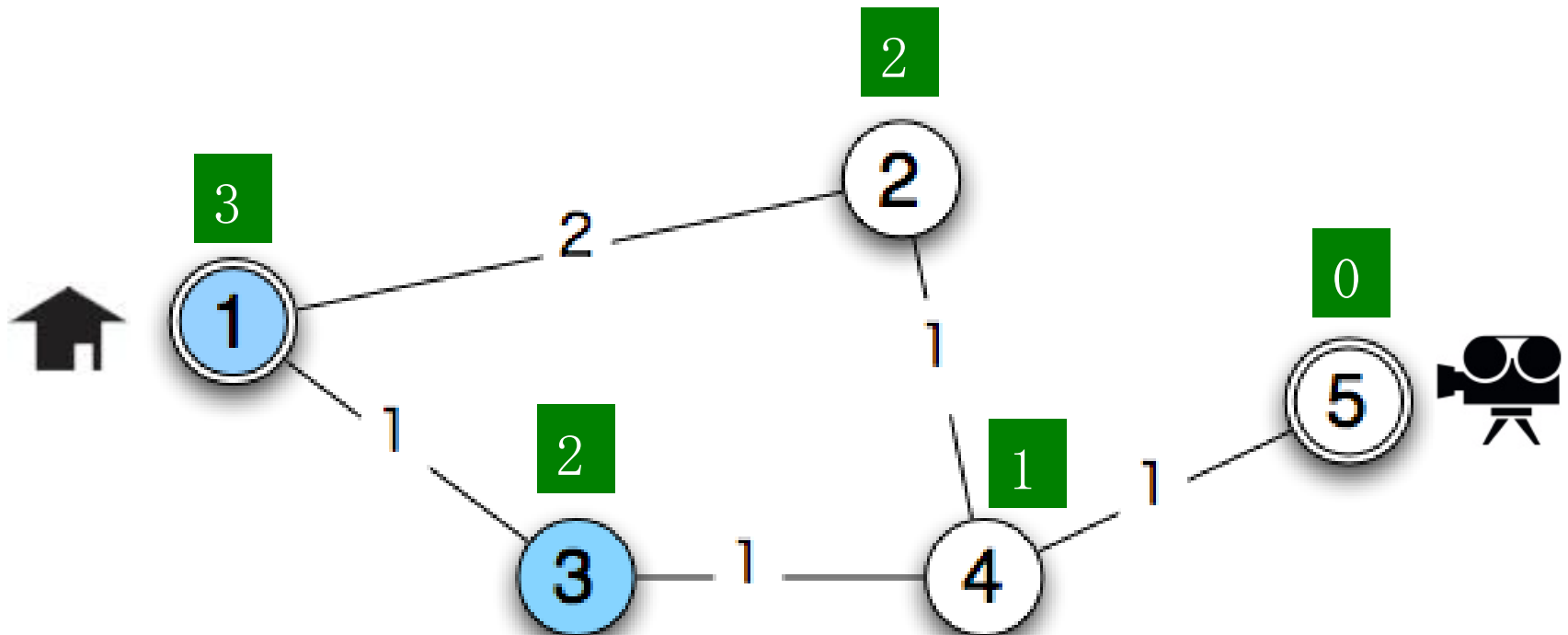


解法

1. 各交差点について目的地からの最短距離をダイクストラ法で計算する
2. 交差点 i から目的地までの経路で通る道の距離の期待値を x_i として連立一次方程式を立てる
3. 連立一次方程式を解き, x_s の値を出力する

目的地からの最短距離の計算

- 各交差点について目的地からの最短距離を計算
- 家から目的地への経路がないと分かった場合は impossible と出力



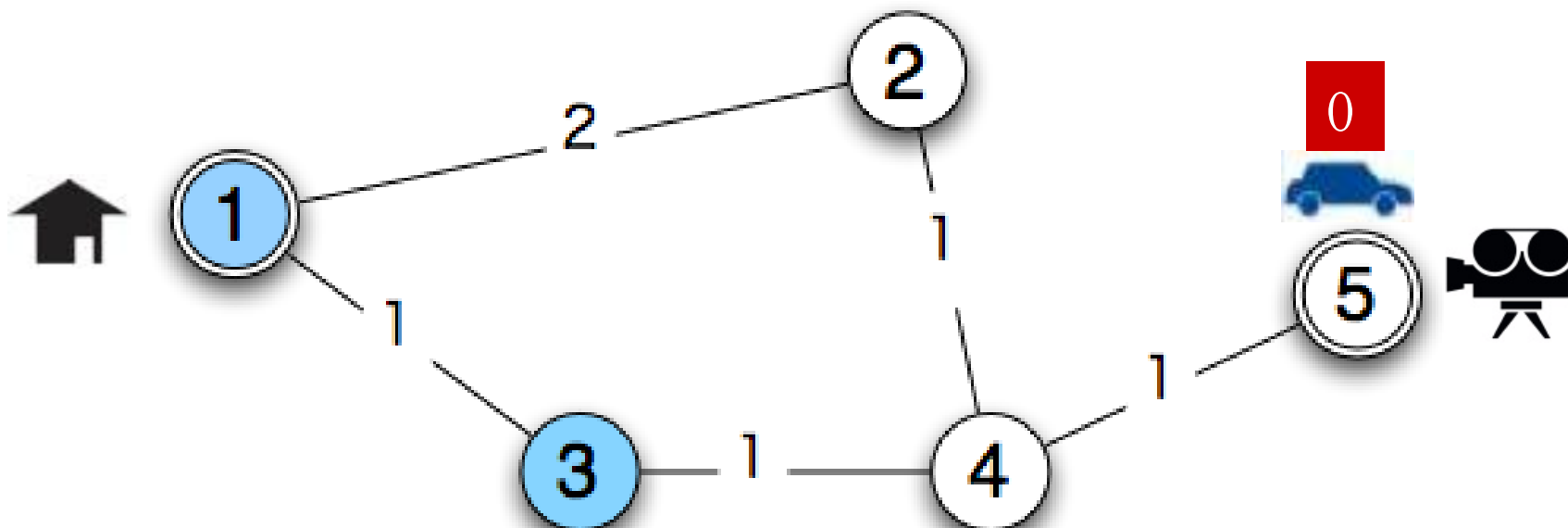
連立一次方程式の立て方

- まずは「 x_i 交差点 から目的地までの経路で通る道の距離の期待値」という形で式を立てることを考えてみる
- 交差点 i について場合分け
 1. 目的地の場合
 2. 標識がない場合
 3. 標識がある場合

目的地の場合

- 距離の期待値は0

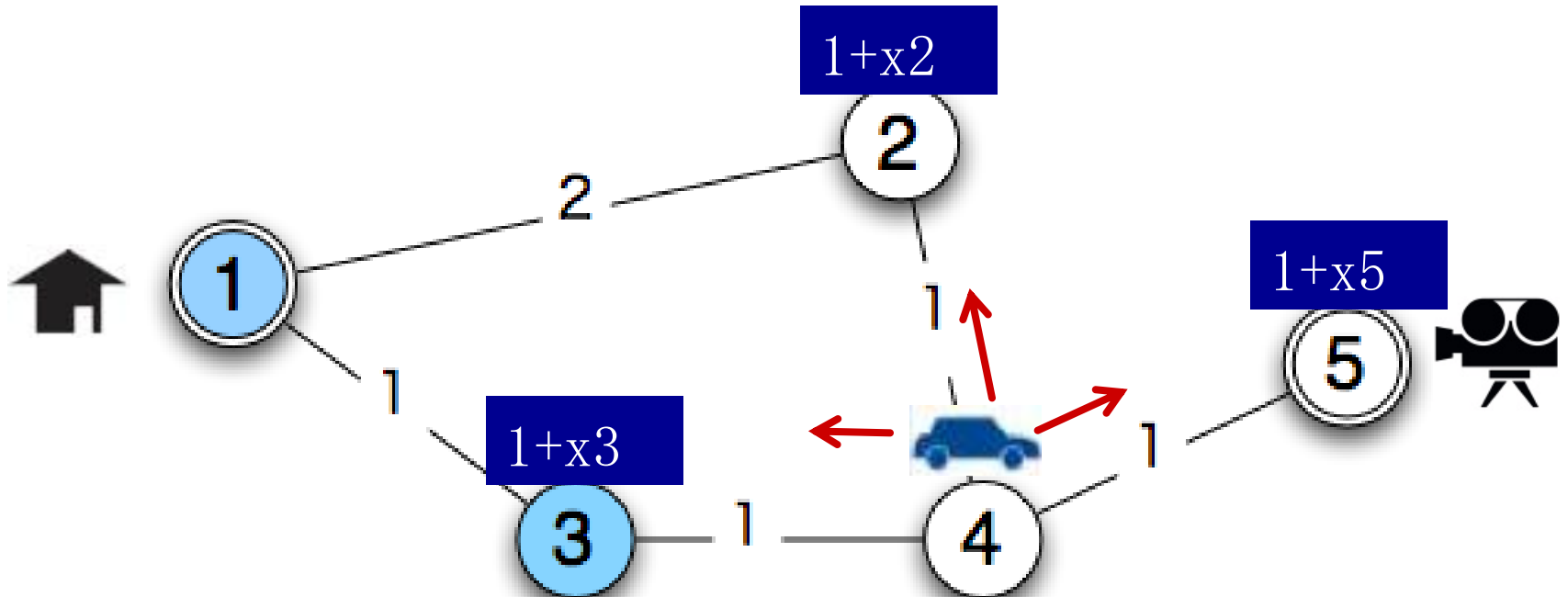
$$x_5 = 0$$



標識がない場合

- それぞれの道を通して目的地を目指した時の距離の期待値の平均

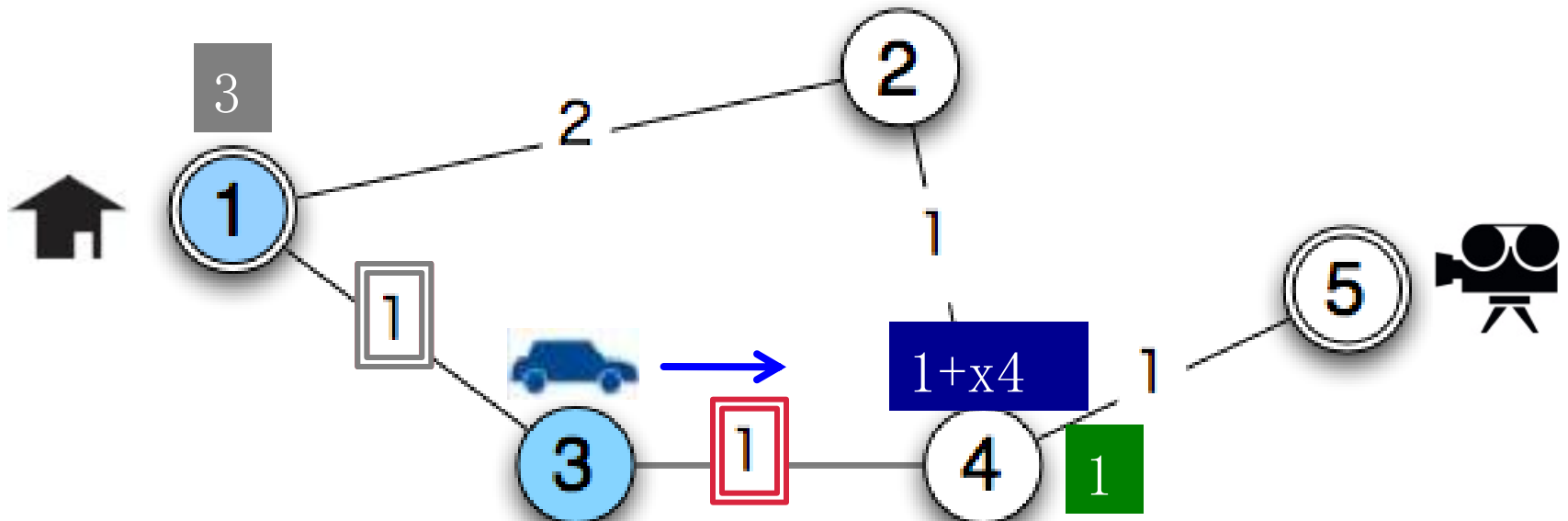
$$x_4 = ((1 + x_2) + (1 + x_3) + (1 + x_5)) / 3$$



標識がある場合

- 目的地への最短路に含まれる道の距離の期待値(候補が複数ある場合はそれらの平均)

$$x_3 = 1 + x_4$$



すると...

- こんな風に式を立てられる

$$x_1 = 1 + x_3$$

$$x_2 = ((2 + x_1) + (1 + x_4)) / 2$$

$$x_3 = 1 + x_4$$

$$x_4 = ((1 + x_2) + (1 + x_3) + (1 + x_5)) / 3$$

$$x_5 = 0$$

式変形

■ 式変形

$$\begin{array}{rclclcl} x_1 & & -x_3 & & = & 1 \\ -x_1 & 2x_2 & & -x_4 & = & 2 + 1 \\ & & x_3 & -x_4 & = & 1 \\ & -x_2 & -x_3 & 3x_4 & -x_5 & = 1 + 1 + 1 \\ & & & & x_5 & = 0 \end{array}$$

連立一次方程式の完成

- $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ の形に落とす

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 + 1 \\ 1 \\ 1 + 1 + 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

あとは...

- 連立一次方程式を計算する
 - ガウスの消去法など
- x_s の値を出力する

結果

- First Submission : _ry (148min)
- Total Acceptance : 3
- Total Submission : 20 (4 teams)