

Problem J

Secret Operation

原案：荒木

解答：牟田、阿部

英語：泉

解説：牟田



問題概要

- Mary と George は等速折れ線運動をする
- Mary が George の視界に入っている時間を計算せよ
- ただし、George の視界は以下のように限定される
 - 見える距離は R
 - 見える視野は進行方向の左右 45 度
 - 長方形の障害物がある



解答状況

- No Submit



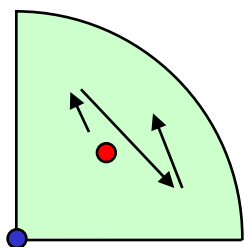
解法

- ある瞬間に George から Mary が見えるかどうかの判定は簡単
- しかし、 10^{-5} 毎に見えるかどうかの判定は無理
- けれども、位相(例えば、George から Mary が障害物の陰に隠れているかどうか等)が変わらなければ見えるかどうかも変わらない
- そこで、位相が変わる瞬間の時刻の候補を全列挙して、位相が変わらない区間は代表時刻一点だけ見えるかどうかの判定を行えばよい
 - 類題: 2005年国内予選 E 問題

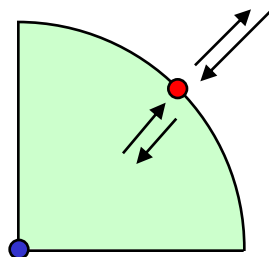
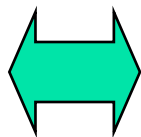
解法

位相(例えば、George から Mary が障害物の陰に隠れているかどうか等)が変わらなければ見えるかどうかも変わらない

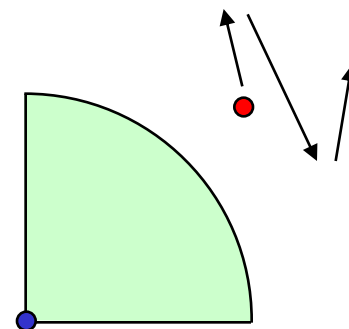
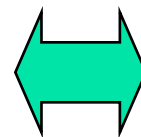
- 赤: Mary、青: George、半月形: George の視界



Mary が George の視界で動いている限りは見えるという状態は変化しない



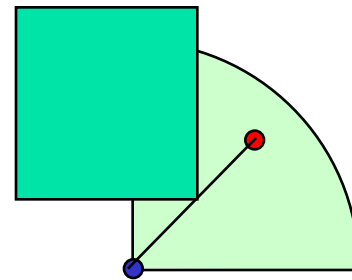
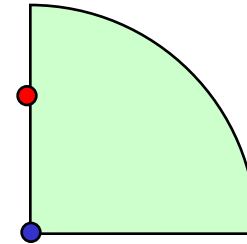
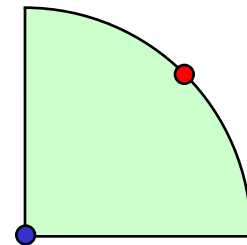
見える状態と見えない状態が切り替わる瞬間は必ず、ちょうど Mary と George の距離が R になる等が起こる



Mary が George の視界の外で動いている限りは見えないという状態は変化しない

解法

- 位相変化として考える必要のある時刻は
 - Mary が George からちょうど距離 R 離れる
 - Mary が George の進行方向から 45 度離れた位置にいる
 - Mary と George を結ぶ線上に長方形障害物の頂点がある



解法

Mary が George からちょうど距離 R 離れる

複素平面で考える

Mary の位置 P_m

Mary の速度 V_m

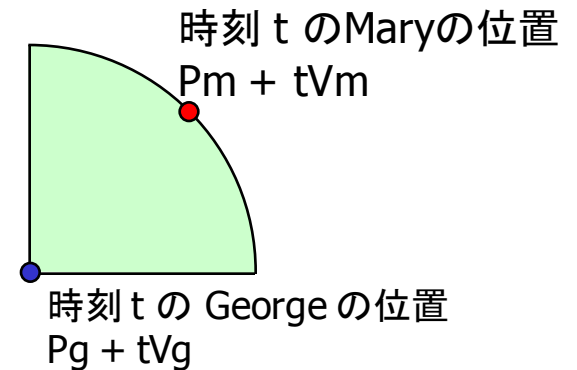
George の位置 P_g

George の速度 V_g

George の視界半径 R

$$|(P_m + tV_m) - (P_g + tV_g)| = R$$

これを解く



解法

Mary が George の進行方向から 45 度離れた位置にいる

複素平面で考える

Mary の位置 P_m

Mary の速度 V_m

George の位置 P_g

George の速度 V_g

George の視界半径 R

時刻 t における Mary の位置 $P_m + tV_m$

時刻 t における George の位置 $P_g + tV_g$

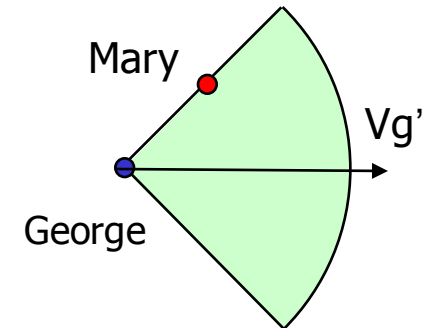
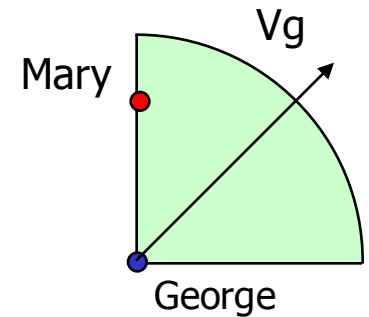
時刻 t における George から見た Mary の方向 $(P_m + tV_m) - (P_g + tV_g)$

上記の方向を George の進行方向が実軸と重なるように回転させる

$$\{(P_m + tV_m) - (P_g + tV_g)\} / V_g$$

進行方向(実軸)との角度の差が 45 度なので

$$\{(P_m + tV_m) - (P_g + tV_g)\} / V_g = A(\cos \pm 45 + \sin \pm 45)$$



解法

Mary と George を結ぶ線上に長方形障害物の頂点がある

複素平面で考える

Mary の位置 P_m

Mary の速度 V_m

George の位置 P_g

George の速度 V_g

George の視界半径 R

長方形障害物の座標 P_b

時刻 t における Mary の位置 $P_m + tV_m$

P_b を原点に平行移動させると、上記位置は $P_m - P_b + tV_m$

時刻 t における George の位置 $P_g + tV_g$

P_b を原点に平行移動させると、上記位置は $P_g - P_b + tV_g$

Mary と George と障害物の頂点(原点)が一直線上に並ぶので実数 A を用いると

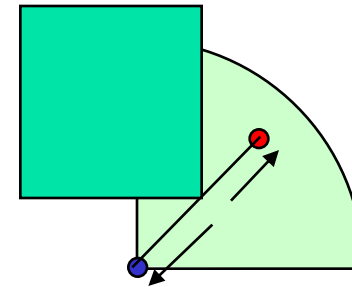
$$P_m - P_b + tV_m = A(P_g - P_b + tV_g)$$

これを解けばよい、

両辺に $\text{conj}(P_g - P_b + tV_g)$ をかけると、右辺が実数になるので

両辺の複素数を取ると変数 A を消去でき

二次方程式を解けば t を求めることができる



同じ方向は
実数倍