

# Problem C

## Fair Game

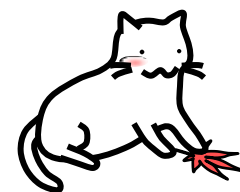
---

原案：高橋・吉田

解答：山口・田山

英訳：田山

解説：田山





# 概要

---

》 2人ゲームをします

× N個のアイテムを互いに取り合う

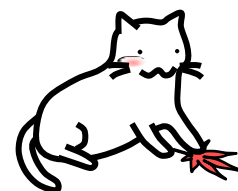
× t手目にアイテム  $i$  をとると

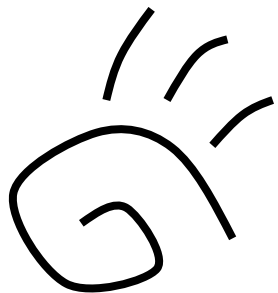
$$\sin(x + t + c_i)$$

× 先手にはハンディキャップ

$$\left( \frac{2}{1 + \exp\left(\frac{x}{w}\right)} - 1 \right) N$$

× 両方最善手の時、引き分けになるような  $x$  を求めてね

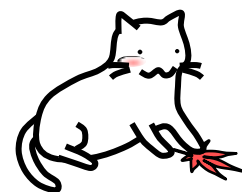


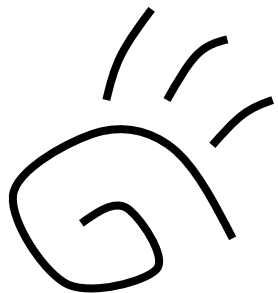


# 条件反射

---

- 》  $f(x) :=$   
2人とも最適戦略をとった時の  
(先手のスコア) - (後手のスコア)
  - × この関数の零点が求まればよい
- 》  $x$ を固定したときの  $f(x)$  の計算
  - × DP
    - >  $O(N \times 2^N)$





# Key Insight 1

---

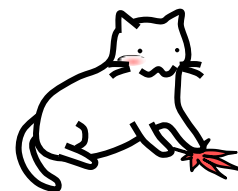
## 》算数のお時間

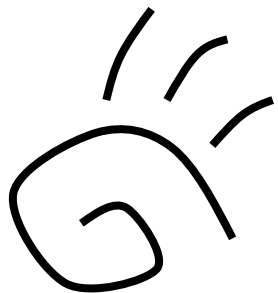
$$\times \sin(x + t + c_i) < 1$$

＞ ハンディキャップを無視すれば、  
両者ともスコアは  $N$  未満

$$\times \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2}{1 + \exp\left(\frac{x}{w}\right)} - 1 \right) N = N$$

$$\times \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2}{1 + \exp\left(\frac{x}{w}\right)} - 1 \right) N = -N$$





# Key Insight 1

---

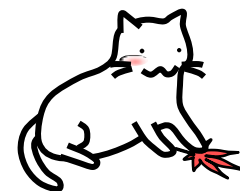
》要するに

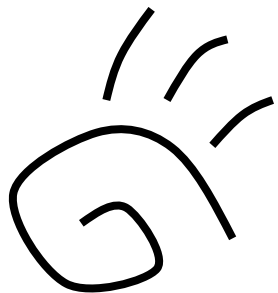
×  $f(-\infty) > 0$

> ( $x = -\infty$ で先手必勝)

×  $f(\infty) < 0$

> ( $x = \infty$ で後手必勝)





## Key Insight 2

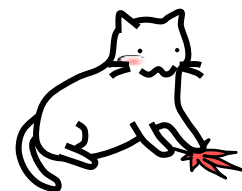
---

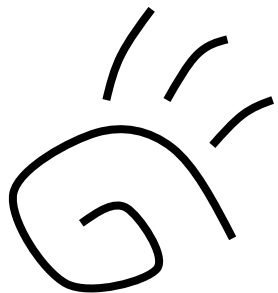
》  $f(x)$  は連続関数

× sin関数は連続

× 2つの連続関数の min, max, 和、差は連続

× これらから  $f(x)$  は計算されるので  $f(x)$  は連続





# 中間値の定理

---

»  $f(x)$  : 連続

»  $f(-\infty) < 0, f(\infty) > 0$

⇒  $f(c) = 0$  となる  $c$  が存在する

## 中間値の定理

» ‘impossible’ のケースはない







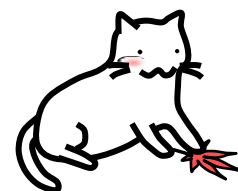


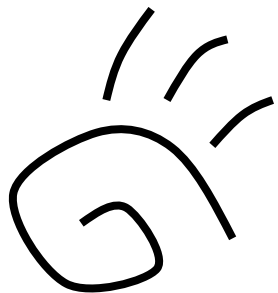


# 想定誤答

---

- 》 零点を山登り法で探す
  - × 連続ではあっても単調ではないのでダメ
  - × そもそもTLEになりそう





# Judges' Solutions

---

» eomole's

× Java: 99 lines

× Java: 99 lines

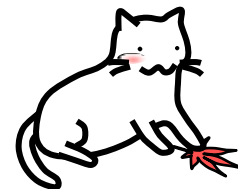
» tayama's

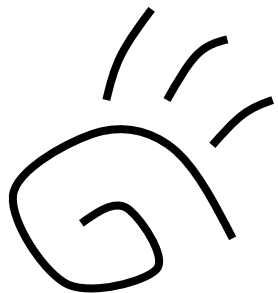
× Java: 93 lines

× C++: 55 lines

» 出力検証器

× Java: 200 lines





# Statistics

---

- » Submitted: 3
- » Accepted: 1
- » First Accept: sharp12 (206 min)

