

Shelter

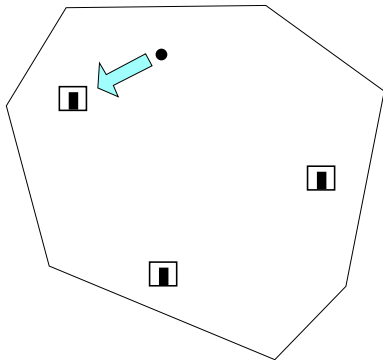
原案: 岩田

解答: 北川, 岩田

解説: 北川

問題概要

- 凸な多角形の町にシェルターがいっぱいある
- ある点の避難にかかるコストは、もっとも近いシェルターへの距離の二乗
- 緊急時にいる場所は、町のどの点でも等確率
- 避難にかかるコストの期待値を求める



解法

- 各シェルターに対して、そこが一番近いシェルターになるような点の集合を求める
- これはボロノイ図と呼ばれるものになる
- 点数が n のとき $O(n \log(n))$ でボロノイ図を作るアルゴリズムが知られているが、今回はそんなに点がないのもっと簡単に作れる

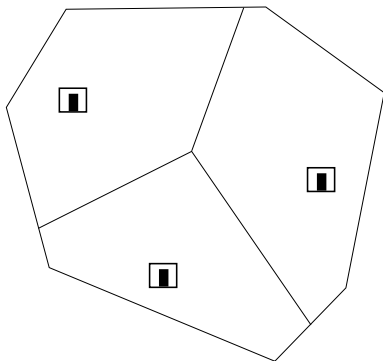


図: ボロノイ図

ボロノイ図の作り方

- ボロノイ図の領域の境界は、町の辺か2点の垂直二等分線になっている
- 点 p (図の左端のシェルター) を含む領域を求めることを考える
- C_0 を町全体を表す凸多角形とする
- p 以外のシェルター q について pq の垂直二等分線で C_0 を切断して、 p に近いほう (図の矢印の方向) を残す
- 全ての q で切断し終わって残った多角形が p を含む領域になっている

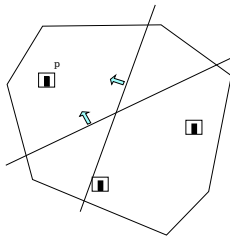


図: 矢印の方向を残す

凸多角形の切断

- 凸多角形の切断は、頂点を辿りつつ次の処理をする
- 残す側にあったら新しい多角形の頂点に追加
- 直線と交点があつたら新しい多角形の頂点に追加
- 捨てる側にあつたら無視する

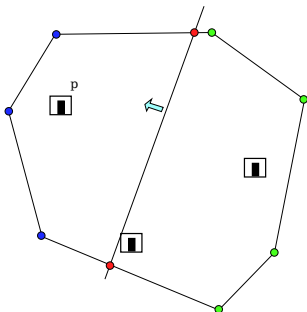


図: 青は残し、赤は追加、緑は無視

積分

- 領域が求まれば、あとは簡単な積分をすればいい
- グリーンの定理を使えば1次元の積分になるので簡単に計算できる

結果

- First accepted: **214**min (-)
- Number of submissions: **5**
- Number of accepted: **3**