

D

僕の友達は小さい

概要

重量 w_1, \dots, w_n の物がある

これの部分集合であって総重量が W 以下になるもの
のうち、極大なものはいくつあるか.

$$n \leq 200$$

$$W, w_1, \dots, w_n \leq 10000$$

解 (その1)

軽い順に w_1, \dots, w_n としておく

総重量 x で場合分け

- $W - w_1 < x \leq W$ のとき : とくに制限なし
- $W - w_2 < x \leq W - w_1$ のとき : w_1 は必ず使う
- $W - w_3 < x \leq W - w_2$ のとき : w_1, w_2 は必ず使う
- . . .

解 (その2)

つまり求めるべき答えは：

$$\begin{aligned} & (\text{w1} \sim \text{wn} \text{で} (W-\text{w1}, W] \text{に入る重量を作る方法の数}) \\ + & (\text{w1は必ず使い, それと} \text{w2} \sim \text{wn} \text{で} (W-\text{w2}, W-\text{w1}] \text{に入る重量を作る}) \\ + & (\text{w1, w2は必ず使い, それらと} \text{w3} \sim \text{wn} \text{で} (W-\text{w3}, W-\text{w2}] \text{に入る重量を作る}) + \dots \\ = & (\text{w1} \sim \text{wn} \text{で} (W-\text{w1}, W] \text{に入る重量を作る方法の数}) \\ + & (\text{w2} \sim \text{wn} \text{で} (W-\text{w2}-\text{w1}, W-\text{w1}-\text{w1}] \text{に入る重量を作る}) \\ + & (\text{w3} \sim \text{wn} \text{で} (W-\text{w3}-(\text{w1}+\text{w2}), W-\text{w2}-(\text{w1}+\text{w2})] \text{に入る重量を作る}) \\ + & \dots \end{aligned}$$

※ $(x, y]$ は半開区間 $\{z \mid x < z \leq y\}$

解 (その3)

「 $w_k \sim w_n$ で $(x, y]$ に入る重量を作る方法の数」
をいっばい求めることになる
→knapsack問題のDPを w_n, w_n-1, \dots の順で行えば、
途中状態で求まっている

First accept: ##### (27分)
6 submit / 5 accept