# J
# 問題文担当者は働かない！

# 概要

へんなゲームをする
(問題文の1段落目参照)

# 注意点

・実際の問題文担当者はよく働いてくれました
・実際の原案者は人間性にあふれるお方なのであのようなメッセージは出していません

# 解（その１）

「ゲームが終わらない」はない

∵）頂点数が１なら終わる．
k-1頂点まで成立を仮定．k頂点のグラフGの場合を考える：
Gには辺が入ってこない頂点vが存在．vを取り除いたグラフをHとする．
vから石を取らないかぎりはH上でのゲームだと思っていい→いつか終わる→vから石を取らざるを得なくなる
なので，vの石がだんだん減っていって終わります．

# 解（その２）

いろいろなグラフでがんばって実験し次を予想する：

各頂点vに対し，g(v)を
g(v)=（{g(w):v→wの辺がある}に含まれない最小の非負整数）で定義

後手が勝つ条件は
「任意のnに対して,
『g(v)=nなるすべての頂点vについての石の数のxorが0』」

「g(v)=nなるすべての頂点vについての石の数のxor」をf(n)とおいておこう

# 証明の方針：　解（その３）

先の条件をみたす状態を**良い**と呼ぶ.
良い状態からは良くない状態にしか移れないこと，および，良くない状態からは必ず少なくとも1つの良い状態に移れることを見ればよい.

良い状態からはじめ，頂点vから石を取り除いたとする.
このとき，v→wなる頂点wの中にはg(w)=g(v)となる頂点はない.
なので，それらの頂点の石の数をどう変化させたにしろ,
gの値がg(v)に等しい頂点のうちちょうど1つで石の数の変化が起こる
→f(g(v))がnon-zeroになってしまう

良くない状態を考える．f(n)がnon-zeroな最大のnを考える.
通常のNimのことを思い出すと，うまくg(v)=nなる頂点vを選んで,
そこからうまく1個以上の石を取り除いてf(n)を0にできることがわかる.
vから辺が出ている頂点w[0],...,w[n-1]であって，g(w[0])=0, g(w[1])=1, ...,g(w[n-1])=n-1なるものが存在する（gの定義より）ので，それらの頂点の石の数を好きにいじってf(0),...,f(n-1)はすべ

First accept: ############### (277分)
2 submit / 1 accept