

**PROBLEM E:**  
**PSYCHIC ACCELERATOR**  
**～ とある超能力の物体加速器～**

**原案:野田**  
**解答:野田・山**  
**口**  
**問題文:野田**

# はじめに

- **高校物理と高校数学の知識で解けます**

# 問題 (1)

- 物体に加速度を与えながら、線分(ストレート)と円弧の一部(コーナー)からなるコース上を、始点から終点まで動かす。最も高速に動かした際の時間を求めよ。

## 問題 (2)

### ■ 加速度を与える際の条件

- 最大で絶対値 $A$ まで加速度を与えることができる
- 物体が静止している場合、全方向に加速度を与えることができる
- 物体が移動している場合、以下の方向に加速度を与えることができる
  - 移動方向
  - 移動方向の逆方向
  - 移動方向に垂直方向

# 解法

- 解法は前半パートと後半パートに分かれます
  - 前半: 幾何パート
    - コーナーの中心を求める
    - コーナーの中心角を求める
  - 後半: 物理パート
    - コーナーの進入速度を求める
    - 加速・減速のタイミングを求める

**前半：幾何パート**

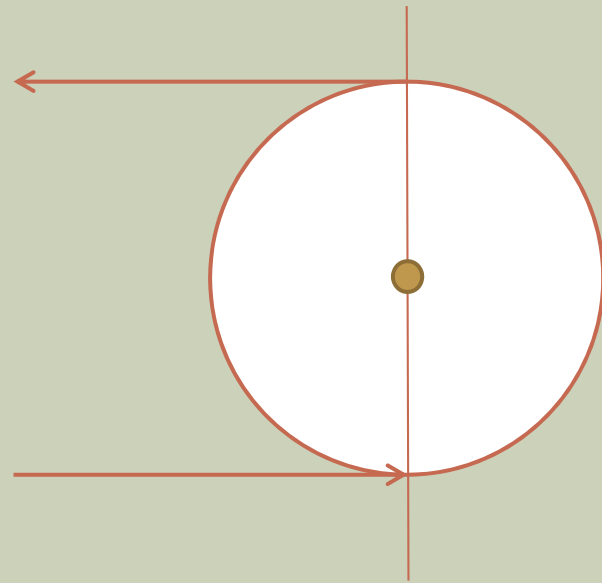
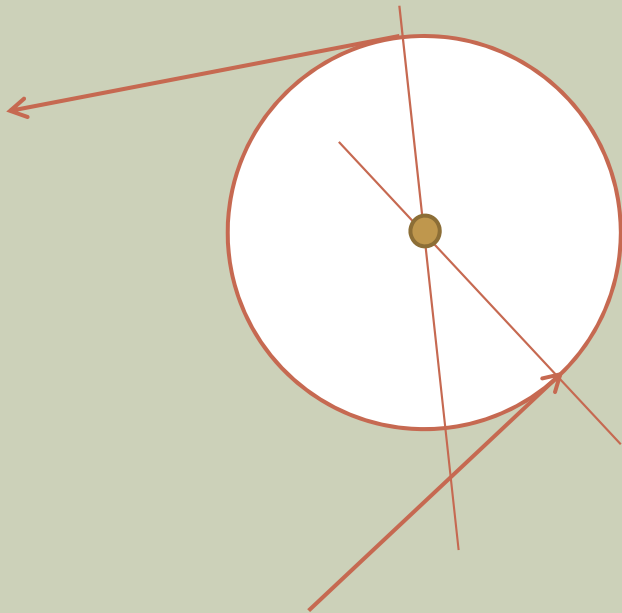
# 幾何パート(1)

- 円の中心を求める
- コーナーの中心角を求める
  - 後半の物理パートで、コーナーの半径と中心角が必要となる

# 幾何パート(2)

## ■ 円の中心位置を求める

- 線分の端点を通り、線分に垂直な線の交点が円弧の中心位置となる
- 線分が平行な場合は端点を結ぶ線分の midpoint



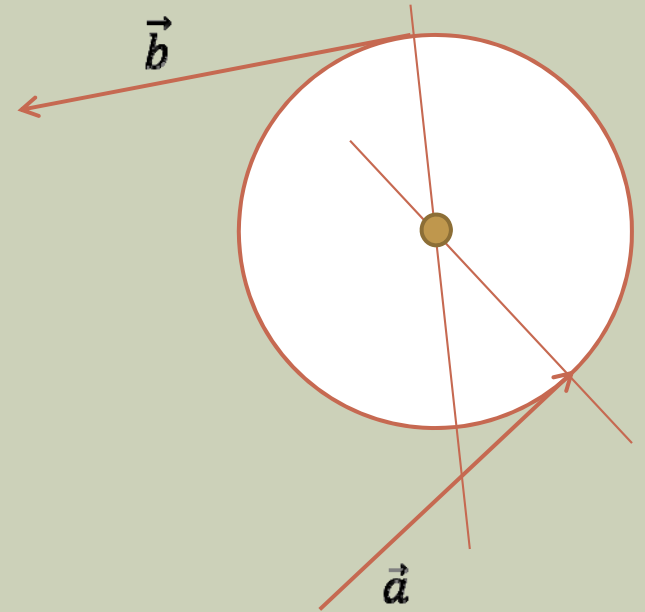


## 幾何パート(3)

- コーナーの中心角を求める

$$-\theta = \text{acos} \left( \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \right)$$

- $\vec{a}$ :  $i$ 番目のストレート
- $\vec{b}$ :  $(i+1)$ 番目のストレート

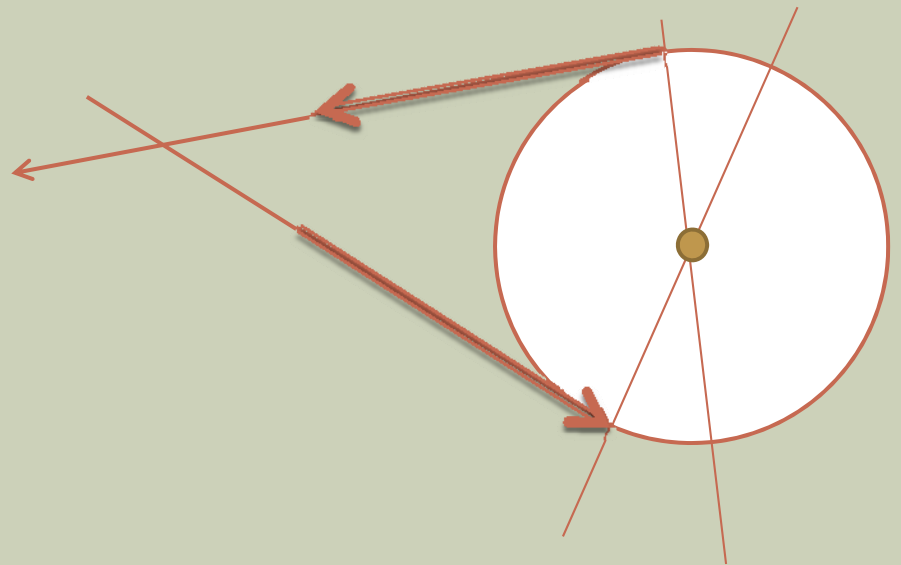
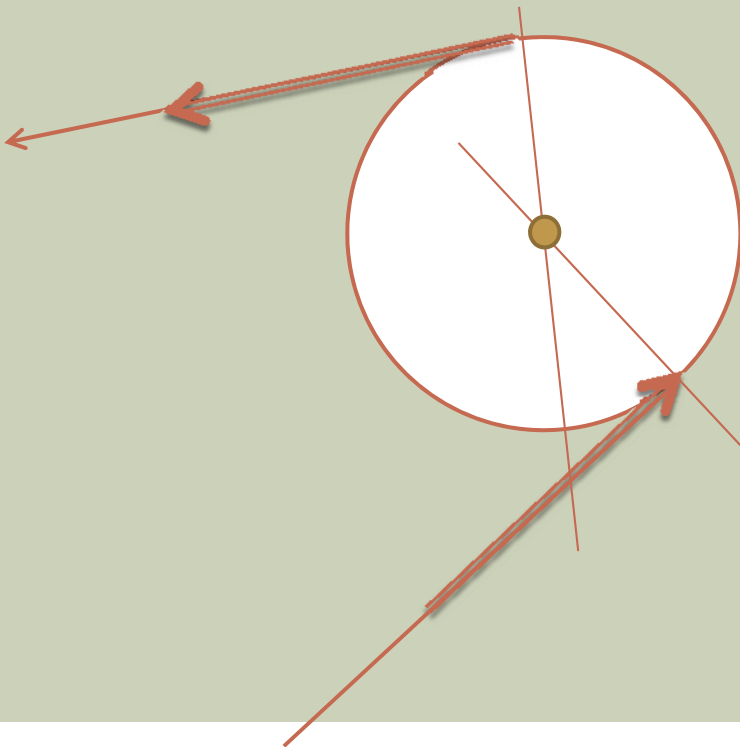


- これだけでは  $\theta < \pi$  か  $\theta > \pi$  かが区別できない

# 幾何パート(4)

## ■ $\theta < \pi$ or $\theta > \pi$ の判定

- ストレートを延長した半直線が交差していなければ  $\theta < \pi$ 、そうでなければ  $\theta > \pi$



# 後半：物理パート

# 物理パート(1)

## ■ 問題を整理する

- ストレートでは移動方向、又は移動方向の逆にしか加速度を与えられない
- コーナーではコーナーの中心に向かってのみ加速度を与える

# 物理パート(2)

- 最適な戦略は . . .
  - ストレートでは常にフルアクセル又はフルブレーキ
  - コーナーでは、進入速度を維持しつつ中心方向に加速度を与える

# 物理パート(3)

- 速度の決め方(1)
  - コーナーの進入速度は
    - $\text{Min}(\text{コースアウトしない最大速度}, \text{ストレートで加速して出せる最大速度})$
  - 前後のコーナーとストレートを考慮し、速度を決めなければならない

# 物理パート(4)

## ■ 速度の決め方(2)

1. 終点から始点の順にコーナーの制限速度を求める
2. 始点から終点の順にコーナーの進入速度を求める
3. アクセル・ブレーキのタイミングを求める
4. 時間を求める

# 物理パート(5)

- 終点から始点の順にコーナーの制限速度  $v_i$  を求める
  - コースアウトしない最大速度
    - $a = v^2/r$  より  $v_i = \sqrt{Ar_i}$
  - 次のコーナーの制限速度を超えないための条件
    - フルブレーキを行うと仮定する
      - 加速度は  $-A$
    - $v^2 - v_0^2 = 2as$  より  $v_i = \sqrt{v_{i+1}^2 + 2As}$
  - コーナーの制限速度
    - $\min(\sqrt{Ar_i}, \sqrt{v_{i+1}^2 + 2As})$



# 物理パート(6)

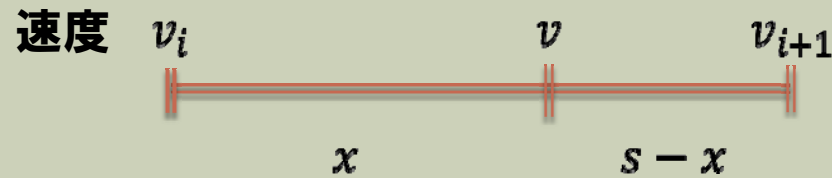
- 始点から終点の順にコーナーの進入速度 $v_i'$ を求める
  - コースアウトしない最大速度
    - $a = v^2/r$  より  $v_i = \sqrt{Ar_i}$
  - 次のコーナーの制限速度を超えないための条件
    - フルアクセルを行うと仮定する
    - $v^2 - v_0^2 = 2as$  より  $v_i = \sqrt{v_{i-1}^2 + 2As}$
  - コーナーの制限速度
    - $\min(\sqrt{Ar_i}, \sqrt{v_{i-1}^2 + 2As})$

# 物理パート(7)

## ■ アクセル・ブレーキのタイミングを求める

- 距離 $s$ のストレートで $x$ までフルアクセル、以降フルブレーキを行うものとして式を立てる
- $x$ における速度を $v$ とおくと

$$\begin{cases} v^2 - v_i^2 = 2Ax \\ v_{i+1}^2 - v^2 = -2A(s - x) \end{cases}$$



# 物理パート(8)

- 前ページの連立方程式を解いて

$$\begin{cases} x = \frac{v_{i+1}^2 - v_i^2 + 2AS}{4A} \\ v = \sqrt{v_0^2 + 2Ax} \end{cases}$$

# 物理パート(9)

## ■ 時間を求める

- コーナーは一定速度で進む

- $t = \frac{\pi r}{v}$

- ストレートは  $x$  まで加速、後に減速

- $v = v_0 + at$  に代入して

- $t = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2Ax} - v_0}{A} + \frac{v_0 - \sqrt{v^2 - 2A(s-x)}}{A}$

# 注意

- 標準ライブラリの`sqrt(x)`は $0.0 \leq x$ 、`acos(x)`は $-1.0 \leq x \leq 1.0$ が  
入力範囲となり、これ以外を入力すると`nan`等が返る点に注意する

# 解答状況

- First Submit: 282min(USAGI Code)
- First Accepted: 282min(USAGI Code)
- Total Submit: 1
- Total Accepted: 1