DON’T PANIC!

原案: 高橋, 阿部
解答: 高橋, 北川
解説: 北川

問題概要

- 球面上に多角形と一点が与えられるので, 与えられた点が多角形の内部にあるか判定せよ

解法

- 解法は色々考えられる
- 基本的に平面の場合と同じ
  1. 与えられた点から直線を引き最初にぶつかった辺の向きを調べる
  2. 多角形の内部の点を一点取り, その点と与えられた点を通る線分と多角形の交点の個数を調べる

座標変換

- とりあえず xyz 座標系に直す
- (緯度, 経度) = (θ, φ) とすると

$$(x, y, z) = (\cos\theta\cos\varphi, \cos\theta\sin\varphi, \sin\theta)$$

となる

線分と線分の交点

- 解法 (1) も解法 (2) も線分と線分の交点が計算できれば残りは平面と同じようにできる
- 線分 p_1q_1 と線分 p_2q_2 の交点を考える
- p_1 と q_1 で張られる平面を P_1, p_2 と q_2 で張られる平面を P_2 とする
- P_1 は $p_1 \times q_1$ に直行し, P_2 は $p_2 \times q_2$ に直行する
- よって P_1 と P_2 の交線は $p_1 \times q_1$ と $p_2 \times q_2$ に直行する
- 交線は原点を通る $(p_1 \times q_1) \times (p_2 \times q_2)$ に平行な直線
- 交線と球面との交点は $(p_1 \times q_1) \times (p_2 \times q_2)$ を長さ 1 にしたものになる

線分上に乗っているかの判定

- 点 p が線分 q_1q_2 に乗っているか判定する
- いま考えている状況では点 p は直線 q_1q_2 上に乗っているとしてよい
- 2 次元で考えられる
- 最短距離で結んでいることから $\angle q_1Oq_2 < \pi$ なので $pq_1 \cdot pq_2$ が負のときに線分上に乗っていることになる