

Problem E: 不死の宝石

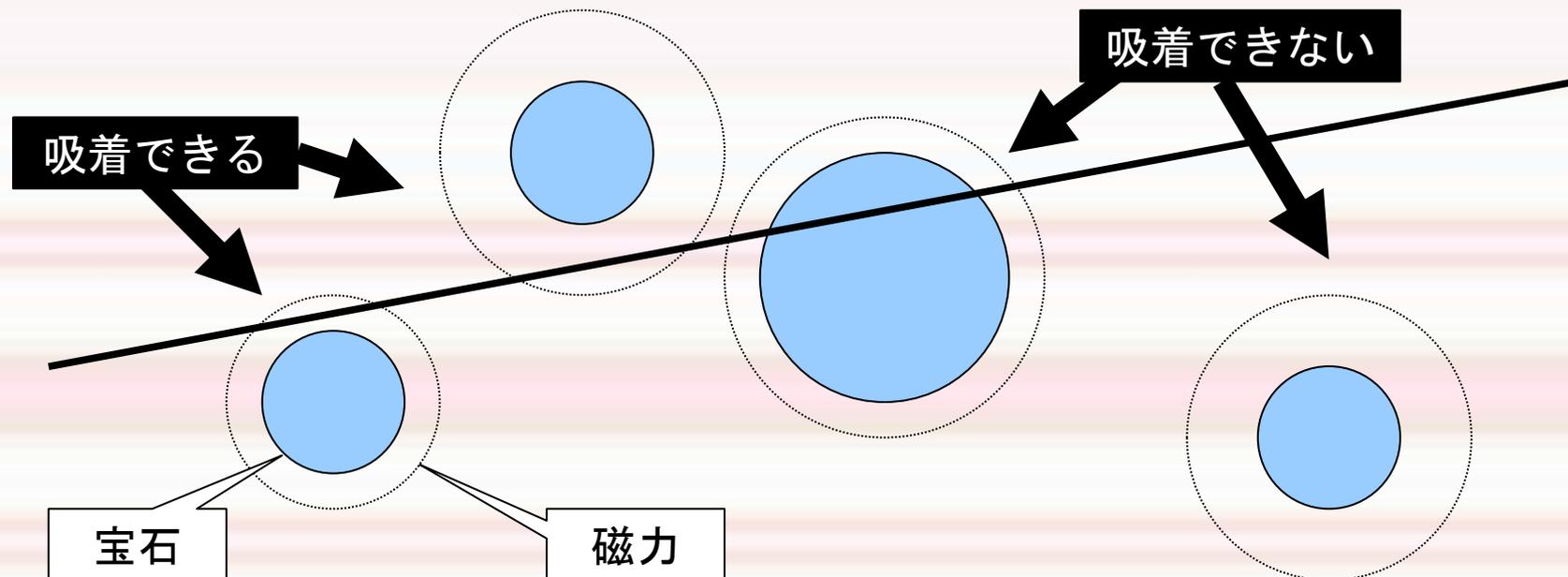
原案	野田
問題文	野田・早坂
解答	泉・野田・早坂
解説	早坂

問題概要

- 磁力を持つ宝石が平面にたくさんある
- $0 < \text{宝石と金属の距離} < \text{磁力}$

ならば金属に吸着できる(ただし貫通はアウト)

- たくさん吸着できるようにうまく棒を一本位置する
- 吸着できる最大値は？



方針を立てる

まずは出来るだけシンプルに処理の流れを考えます。
できるだけ単純な形に解きほぐすのは重要です。

処理の流れ

1. 考えなければいけないすべての棒の置き方を列挙
2. それぞれについて、何個宝石が吸着できるか計算

あとはそれぞれをどう実現するか考えればOKです。
2の方が簡単なので、2, 1の順番で解説します。

何個吸着できる？

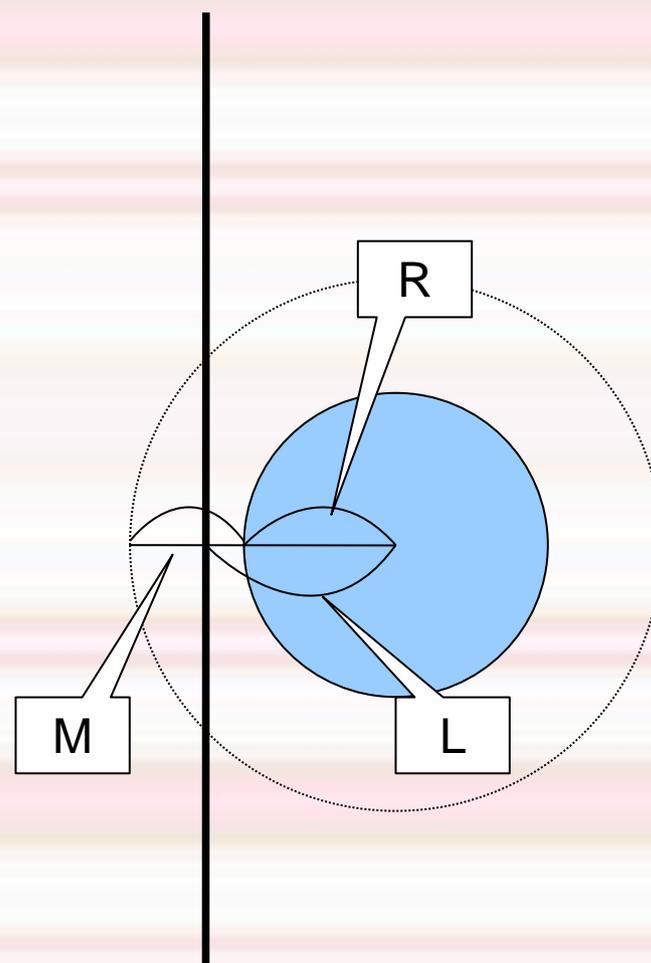
棒の置き方が決まっているとします。
ある宝石の半径の大きさを R 、
その磁力を M とし、
棒と宝石の中心との距離を L とすると、

- $L < R$ のとき貫通
- $R + M < L$ のとき遠すぎる

となるので、結局のところ

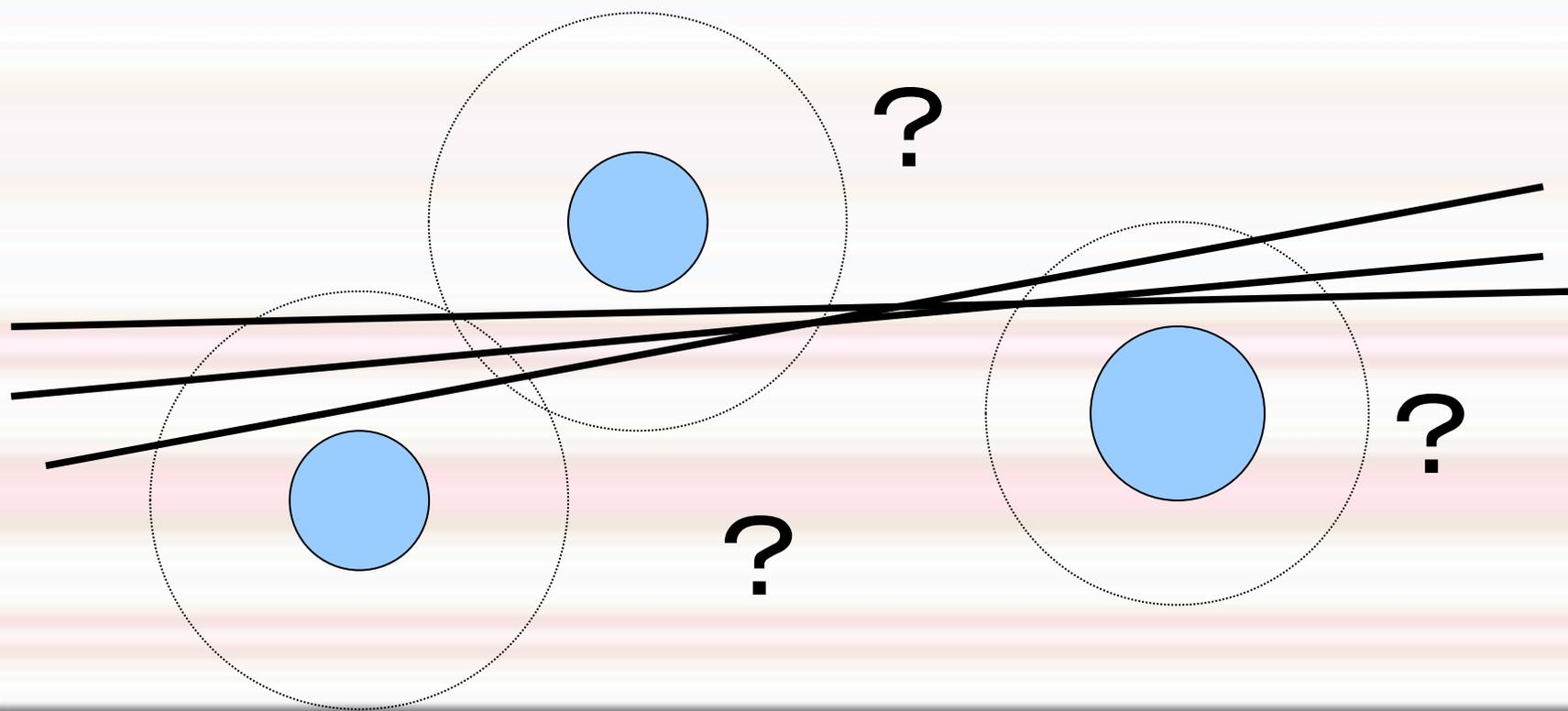
- $R \leq L \leq R + M$

であれば吸着できることになります。
これを各宝石ごとにやれば
何個吸着できるか求められます。



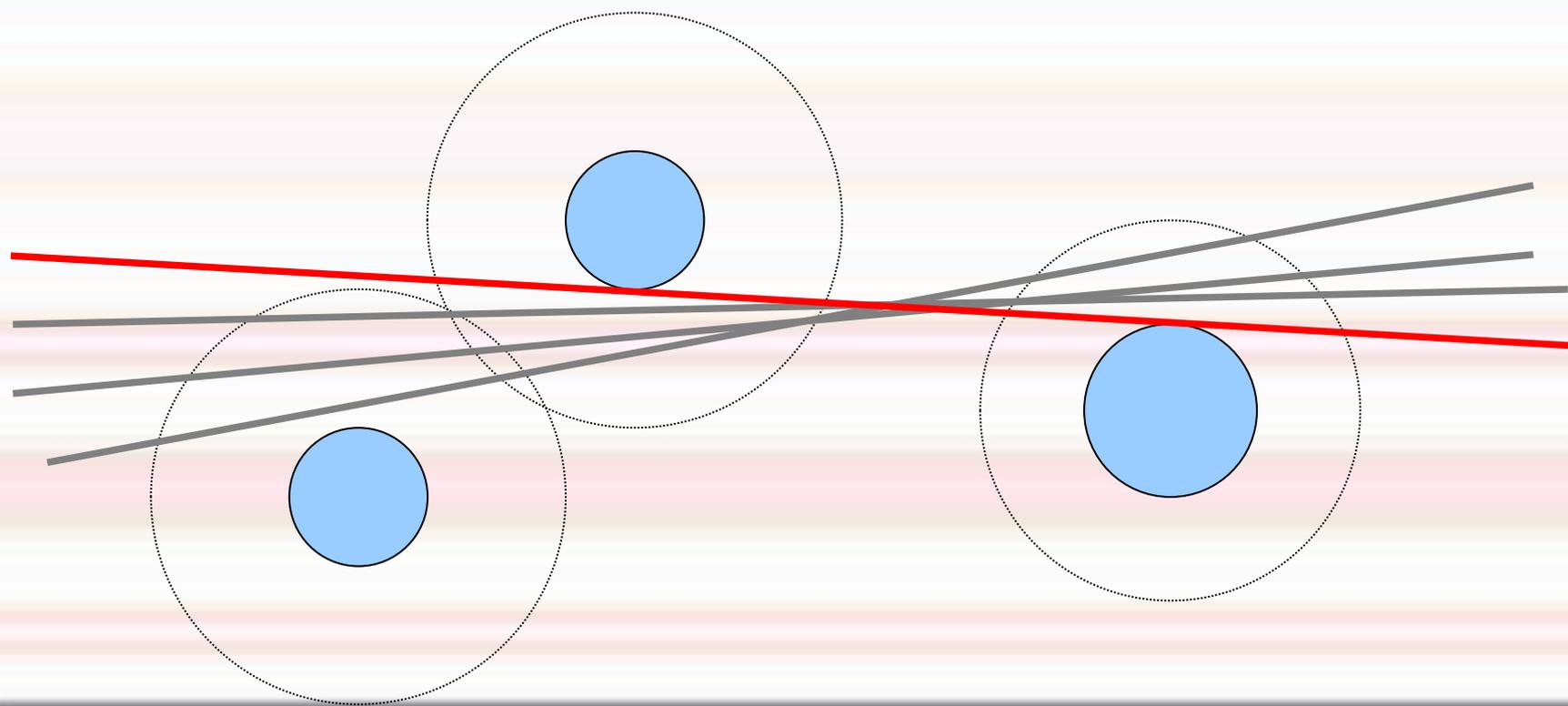
考えるべき棒の置き方(1)

棒の置き方は、単純に考えれば無限通りあります。
そのままではどうしようもないので、
どうにか有限通りだけに絞りたいわけです。



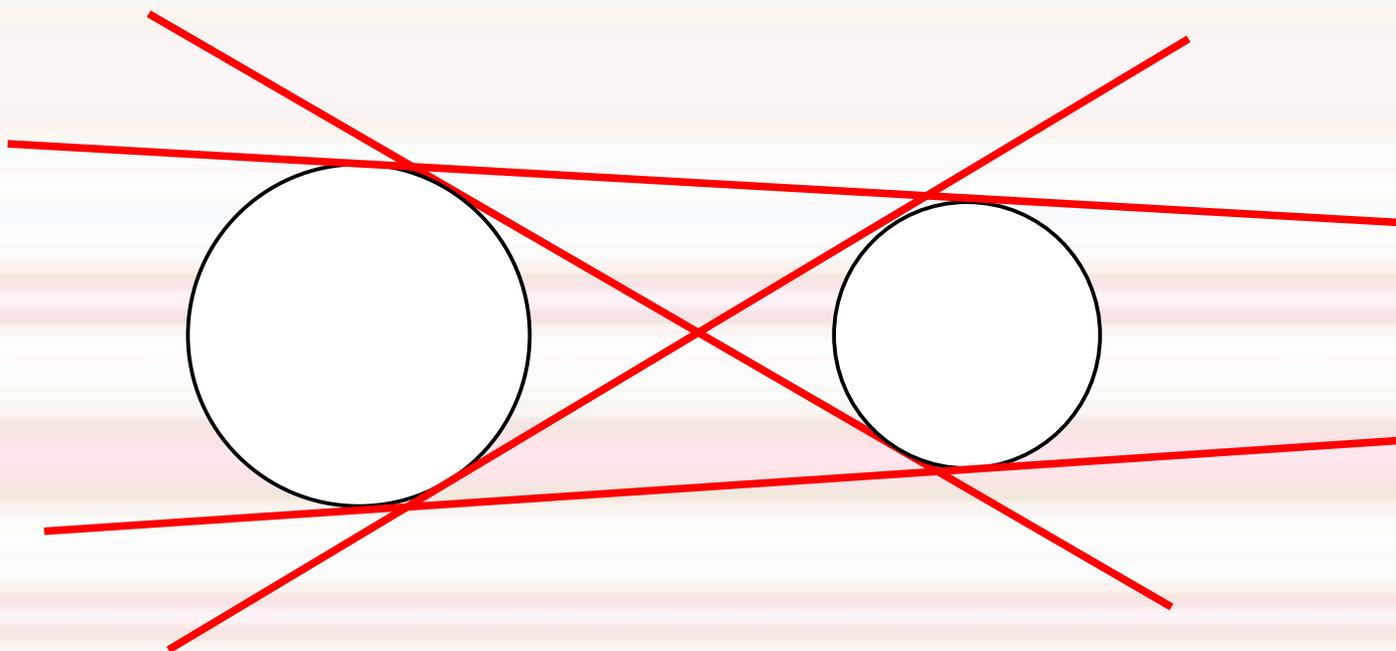
考えるべき棒の置き方(2)

そんなときは、極端な場合を考えましょう。
任意の棒は、吸着できる宝石の数を減らさずに
宝石or磁力の作る円の接線になるまで移動できます。



考えるべき棒の置き方(3)

したがって、考えるべき棒の置き方としては、
宝石or磁力を作る円のペアの共通接線を
すべて調べれば問題ない訳です。
これで候補を有限通りにできました。



計算量

計算が間に合うのか考えましょう。

宝石の個数を N とおけば、

- 共通接線の本数は $O(N^2)$
- 各候補について、吸着できる個数を調べるのに $O(N)$ となり、計算量は $O(N^3)$ となります。

$N \leq 50$ なので、時間的には十分です。

ポイント

この問題を考えるポイントは次の2つです。

- ・すべき処理をシンプルな形に解きほぐすこと
- ・極端な場合を考えることで候補を有限にする

また、コーディングの際には、

浮動小数点を使う際に出る誤差に注意してください。

若干の誤差のせいで落ちているチームも

一見したところありました。

提出状況

- 正答 7チーム
- 初正答 *CollagenLovers* (74分00秒)@東工大