

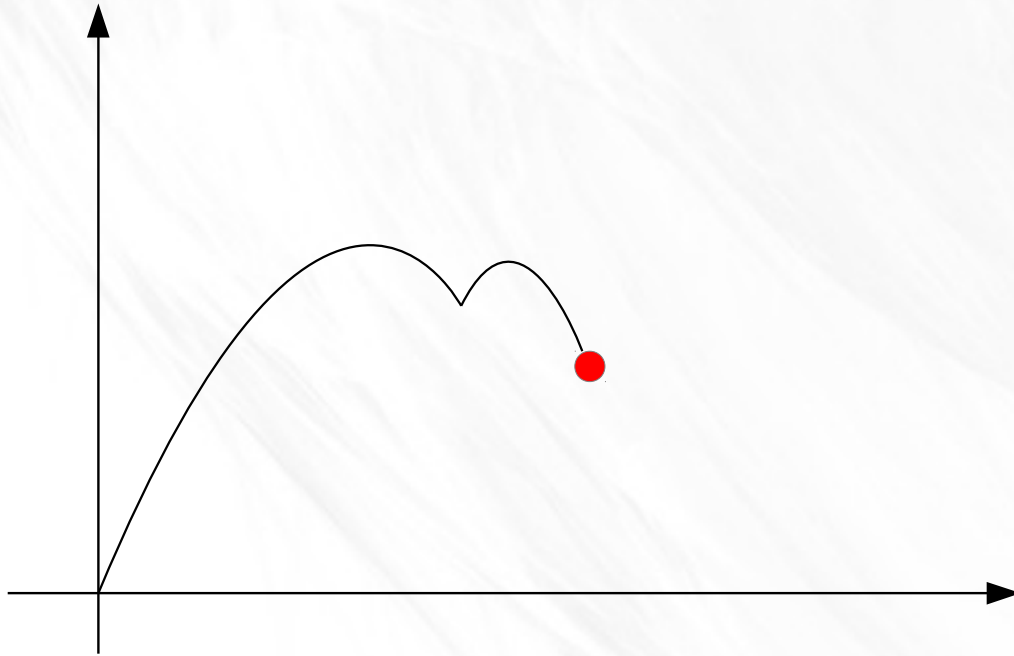
# Problem H

## Sky Jump

原案：野田  
解答作成：岩田，北川  
解説作成：北川

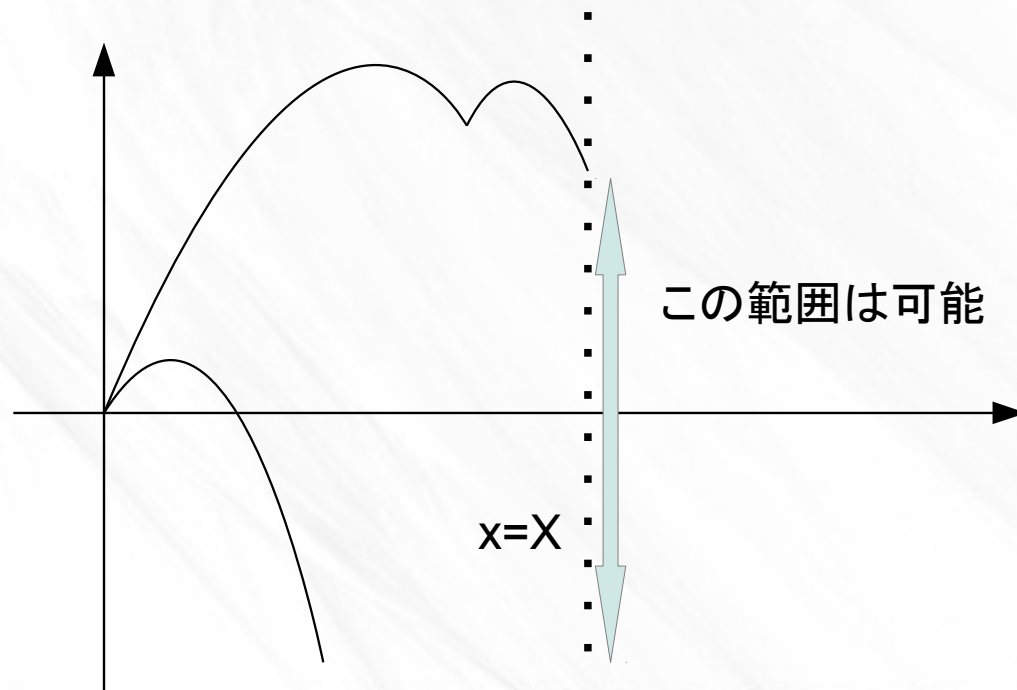
# 問題概要

- 指定された速度で打ち出す放物線をいくつかつなげて、ターゲット  $(X, Y)$  にぶつけられるか判定する



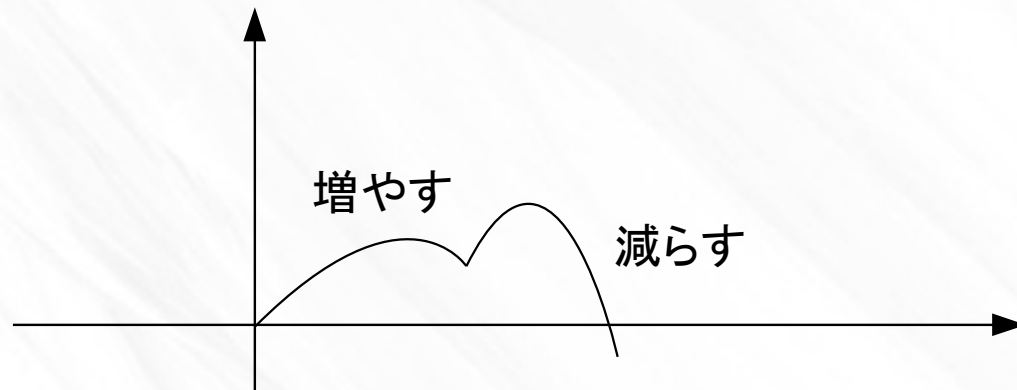
# 解法

- 目標の  $x$  座標において、到達できる  $y$  座標の最大値と最小値を  $M, m$  とする
- $m \leq Y \leq M$  の範囲の  $Y$  はすべて Yes



# 最大値の求め方

- 最大値を達成する放物線の集合を考える
- 各放物線の終点における接線の傾きはすべて等しい
- $\therefore$  局所的に見ると、放物線は直線とみなせる
- 傾きが等しくないとする、傾きの小さい物を使う時間を短くし、大きいものを長くすると、より高いところまで到達できる



# 二分探索

- 終点の傾き  $\lambda$  を決めると、使う放物線とそれぞれ何秒間使うかが一意に決まる
- 全部使った後の右端の座標を  $(X(\lambda), Y(\lambda))$  とすると、 $Y(\lambda)$  は  $X(\lambda)$  における到達できる最大値になっている
- $X(\lambda)$  は  $\lambda$  に関して単調増加なので、 $X(\lambda)=X$  となる  $\lambda$  を二分探索すればいい

# 別解

- ラグランジュの未定乗数法を用いて、 $y$  座標を最大化する
- $\sum v_{y_i} t_i - g/2 \sum t_i^2$  を  $\sum v_{x_i} t_i = X, t_i \geq 0$  の条件化で最大化
- 実は未定乗数は先ほどの終端における傾きと一致する
- $t_i \geq 0$  となる集合を決めた後、 $t_i \geq 0$  の条件を無視して解いて、 $t_i < 0$  となるものがなければ最大値候補
- $t_i \geq 0$  となる集合は傾きが大きい順に使ったほうがいい

# 最小値

- 最小値は一つだけ使うときなので全部調べればよい

# Result

- First Accept: うさぎ (210min)