# Problem D: Medical Inspection

原案：松本
解答：播磨, 須藤
解説：須藤

# 問題概要

- グラフが与えられる
  - 頂点数n≦3000, 枝数m≦30000
- 各枝の端点の少なくとも一方が含まれるようなサイズk(≦32)以下の頂点集合が存在するかを判定する
  - 存在する場合はそのような頂点集合の最小サイズを返す
- いわゆる最小頂点被覆問題
  - NP困難であることが知られている問題

# 解法概要

- 枝刈り探索

- 今回は頂点集合のサイズに上限kがあり、
最小頂点被覆問題はkに対する指数時間で解ける
  - 岩田さんの「指数時間アルゴリズム入門」が分かりやすいです
http://www.slideshare.net/wata_orz/ss-12131479
  - 最速で$O(1.2738^k+kn)$のアルゴリズムが知られている
http://fpt.wikidot.com/fpt-races

- このスライドでは、どれくらい頑張れば通るかを解説

# 解法(前処理)

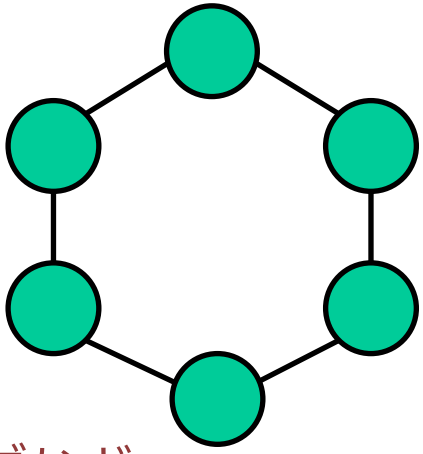
- 前処理によって問題サイズを小さくできる
- 次数 k+1 以上の頂点は必ず頂点集合に含む
  - 含まないと隣接するk+1個以上の頂点を使うことになる
- 次数 k+1 以上の頂点を除く処理を繰り返すと、全ての頂点で次数がk以下のグラフが得られる
  - 辺数が$k^2$より多ければ解は存在しない
  - 頂点数・枝数が$O(k^2)$の問題に変換できる

# 解法(探索)

- 頂点を1つ選び、その頂点を使う場合と、使わない(隣接する頂点を使う)場合の2通りを調べる
  - 使った頂点に接続する枝は除いていく
- 次数が多い頂点から調べると高速化できる
  - 早い段階である程度良い解が得られるため、以降の探索を削減できる可能性が高い
- 次数1になった頂点は、使う場合を調べなくて良い
  - 隣接する頂点を使えば、少なくとも損にはならない

# 誤答が多かったテストケース

- リング
  - すべての次数が2であるグラフ
  - 次数が高い順に探索しても効果が薄い
  - 「次数が1になったらカット」を忘れるとTLEになりやすい



  - 頂点数64のリングや、頂点数3000のリングなど
- 他のケースは完全グラフやスターグラフなど
  - 次数が高い頂点を含むグラフは多くの提出が正解でした

# ジャッジ解

- 播磨　135行(3,117B), C++
  149行(4,255B), Java
- 須藤　145行(3,395B), C++

# 結果

- Submitチーム数：4
- Acceptチーム数：1
- 総Submit：30

- First Accept：Komaki (3h42m)