

問題B: Evacuation Route

A decorative graphic consisting of several horizontal lines of varying lengths and colors (teal, light blue, white) extending from the right side of the slide.

概要

- 長さ W の通路がある
- 通路の各部分は入り口、出口、扉のどれかである
- 扉は決まった時間になると閉まり、通れなくなってしまう
- 入り口からは時間1あたり1人ずつ、人が入ってくる
- 最大で何人の人が出口から出られる？

解法 (1-1)

- i 番目のユニットを時間 t に出発して j 番目のユニットへと向かう場合、
- j 番目のユニットに辿り着ける条件は i と j の間にある全ての扉 k について $k - |a(k)| < i - t$ であることである

解法 (1-2)

- ここで
 - $b(i) = i - a(i)$ (if $a(i) < 0$)
 - $b(i) = -\infty$ (if $a(i) \geq 0$)
- という数列 b をつくると、先ほどの条件は $\max(b(k)) < i - t$ になる
- これはRMQで1つにつき $O(\log N)$ で求められる
- よって全ての入口について条件を満たす最大の t を求めて足し合わせればよい
- $O(N \log N)$

解法 (2-1)

- 各ユニットについて、そのユニットから出口に到達することのできる最大の時間 $u(i)$ を求める
- u が求まれば、
答えは $\Sigma \{ \min u(i)+1, a(i) \mid a(i) > 0 \}$

解法 (2-2)

- i 番目が出口であるとき、
 - $u(i) = \infty$
- i 番目が入り口であるとき
 - $u(i) = \max(u(i+1), u(i-1)) - 1$
- i 番目が扉であるとき
 - $u(i) = \min(-a(i)-1, \max(u(i+1), u(i-1))-1)$
- ここで $d(i) = \infty - u(i)$ とおけば、これはダイクストラで求めることができる

解法 (3)

- i 番目のユニットについて最も近い左にある出口にたどりつくことのできる人数を $d(i)$ とする
 - $i+1$ 番目が時刻 t に閉まる扉だったとき $d(i+1) = \max(d(i)-1, t)$
 - 入り口だったとき $d(i+1) = d(i)-1$
 - 出口だったとき $d(i+1) = \infty$
- 右についても同様に求まる
- $O(n)$