

問題G: Perm Query



概要

- 置換 p と範囲 $[l, r]$ が与えられる
- 順列 $(1, 2, \dots, N)$ に対して $[l, r]$ が再び $(l, l+1, \dots, r)$ に戻るまで繰り返し p で置換したとき、
- $[l, r]$ 中に登場する数字の和を求める

解法

- 置換 p はいくつかの巡回置換に分解できる
- k が含まれる巡回置換の長さを $f(k)$ とする
- このとき、 $[l, r]$ 中の全ての数字がはじめてもとの位置に戻るのは $\text{lcm } f(i) \ (l \leq i \leq r)$ 回の置換の後である
- したがって、答えは $[l, r]$ に含まれる k について $\text{lcm } f(i) / f(k) * (k \text{ が含まれる巡回置換に含まれる数字の和})$ となる

解法

- この和は Segment tree を用いることによって $O(\log N)$ で求められる
- したがって、全体の計算量は $O((N + Q) \log N)$
- lcm は 2^{63} よりも小さくなりますが、和はそうではありません。

Segment tree の作り方

- 各区間を表すノードはその区間がもとに戻るまでの周期とその和をもっている
 - 区間 $[l, r]$ がもとに戻るの周期を $c([l, r])$ 和を $s([l, r])$ とする
- $c([l, r]) = \text{lcm}(c[l, m], c[m, r])$
- $s([l, r]) = s([l, m])/c([l, m]) * c([l, r])$
 $+ s([m, r])/c([m, r]) * c([l, r])$