

Problem K

Air Pollution

原案: 平原

解答: 平原, 生田, 大橋, 秋葉

解説: 平原

問題概要

- 汚染度 p_1, \dots, p_n が与えられる
- i 番目を選んで $p'_{i-1} = p_{i-1} + p_i$, $p'_i = -p_i$,
 $p'_{i+1} = p_{i+1} + p_i$ と変更できる
- 任意の i について $p_i \geq l_i$ となるために必要な最小の操作回数は？

解法: アイディア

- p_i の全ての和は一定
- 累積和を考えてみたらどうか
- $s_i = \sum_{j \leq i} p_j$ とおく
- p_i に対する操作は s_i で書くとどうなる？

解法: 操作は?

- i 番目を選んでも $s_1, \dots, s_{i-2}, s_{i+1}, \dots, s_n$ は不変
- $p_i = s_i - s_{i-1}, p'_i = s'_i - s'_{i-1}$ であるから
 $p'_{i-1} = p_{i-1} + p_i, p'_i = -p_i$ に代入して
- $s'_{i-1} - s'_{i-2} = s_{i-1} - s_{i-2} + s_i - s_{i-1},$
 $s'_i - s'_{i-1} = s_{i-1} - s_i,$
- $s'_{i-2} = s_{i-2}$ だから, $s'_{i-1} = s_i, s'_i = s_{i-1}$

解法: 操作は? (cont.)

- つまり i 番目を選ぶという操作は、
累積和でいうと s_{i-1} と s_i をスワップすること!

解法: 条件は？

- 成立してほしい条件 $p_i \geq l_i (\geq 1)$

- 累積和で書き直すと

$$S_i - S_{i-1} \geq l_i > 0$$

- 累積和が単調増加でなければならない

解法: つまり...

- s_1, \dots, s_{n-1} をバブルソートする回数が操作の最小回数になる！
- $O(n \log n)$ timeで求めることができる
 - 詳しくは蟻本を参照

解法: まとめ

- 累積和 s_1, \dots, s_n を求める
- s_1, \dots, s_{n-1} をソートする
- 各 i ($1 \leq i \leq n$) について,
$$s_i - s_{i-1} (= p_i) \geq l_i$$
かどうか調べる
- 全て成立ならバブルソートの交換回数を出力

ジャッジ解

- 平原(53行, C++)
- 生田(53行, C++)
- 大橋(54行, C++)
- 秋葉(65行, C++)

Result

- First AC
 - Operasan (206 分)
- AC / Submit
 - 2 / 6 (33 %)
- AC / Trying Team
 - 2 / 2 (100 %)