

Fast Division

山本健太郎 (原案, 解答, 解説)

大橋駿介 (解答)

秋葉拓哉 (解答)

東京大学

2013年9月22日

問題の概要

$p(n)$ を $2^{2^{\dots 2^1}}$ (2 が n 個) よりおおきい最小の素数とする．正整数 n があたえられたとき， $p(n) - 1$ 桁の整数 $11\dots 1$ ($N(n)$ とおく) を $p(n)$ でわったあまり ($r(n)$ とおく) をもとめるプログラムをかけ．

利用すべき事実

$n \geq 3$ ならば, $r(n) = 0$.

- ① $n \geq 3$ とすると, $p(n) \geq 17$.
- ② $N(n) = (10^{p(n)-1} - 1) \times 9^{-1}$.
- ③ 10 は $p(n)$ の倍数ではないので, Fermat の小定理より,
 $10^{p(n)-1} - 1 \equiv 0 \pmod{p(n)}$.
- ④ 9 と $p(n)$ は互に素なので, $N(n) \equiv 0 \pmod{p(n)}$.

『アリ本』を参照.

アルゴリズム

- ① $n = 0, 2$ ならば, 1 を出力して終わり.
- ② $n = 1$ ならば, 2 を出力して終わり.
- ③ さもないければ, 0 を出力して終わり.

提出数 30

正解率 80 %

最初の正解 (ω) さん (9分39秒)

$N(n) = (10^{p(n)} - 1) \times 9^{-1}$ (ベキの肩に注目) とする誤答がおおかった。
(出題者もまちがえた)