



模擬国内予選2013 Problem C 双子の読書感想文

原案：須藤

解答：播磨、平澤

解説：須藤





問題概要

- n (≤ 1000)冊の本に対し「本を読む」「感想文を書く」というタスクを以下の条件をみたすように2人分並べる
 - 全ての本に対し「本 i の感想文を書く」は「本 i を読む」より後
 - 全ての本に対し「本 i を読む」を2人が同時に行う事はない
 - 各タスクは中断することができない
 - 「2人とも全ての本を読み終えた時間」を最小化
- 以上の条件をみたした上で、2人がすべてのタスクを終える時間を最小化する
 - 本 i を読む時間 r_i と、本 i の感想文を書く時間 w_i は2人で共通
 - r_i, w_i はそれぞれ1000以下





本を読み終える時間の最小化

- 一番読むのに時間がかかる本をLとする
- 本L以外の本を読むのにかかる時間の合計を r_s とする
- 本を読み終える最小の時間は以下のようなになる
 1. $r_s \geq r_L$ のとき
 - 本は2人とも $r_s + r_L$ (本を読む時間の全合計) で読み終わられる
 - 本を読むのに時間がかかる順に並べ, 姉は1番時間がかかる本(本L)から, 妹は2番目に時間がかかる本から読むとする
 - 姉が本を読み終わると, 次に読むべき本を妹は読み終わっている
 - $r_s \geq r_L$ より, 妹が本Lを読むとき, 姉はその本を読み終わっている
 2. $r_s < r_L$ のとき
 - どちらかが本を読み終わるのに $2 * r_L$ の時間がかかる
 - 互いに相手が本Lを読んでいる間に残りの本を全て読み終わられる
 - 後から本Lを読む方に待ち時間が発生する分だけ遅くなる





感想文を書き終える時間の最小化(1/2)

1. $r_S \geq r_L$ のとき

- 互いに全ての本を読んでから感想文を書けば良い
- 全ての本の読む時間と感想文を書く時間の合計が答え

2. $r_S < r_L$ のとき

- 先に本Lを読む方は待ち時間なく全てのタスクを終えられる
- 後から本Lを読む方は、待ち時間になるべく多くの(本L以外の)感想文を書いておきたい
- w_i の合計が待ち時間に最も近くなるように感想文を書く本を選ぶ
- 本の選び方は動的計画法で求められる





感想文を書き終える時間の最小化(2/2)

2. $r_s < r_L$ のとき(続き)

- 待ち時間にかける感想文の量を求める動的計画法
 - $dp[i][j]$: 本1~ i から本を選んで感想文の時間の合計を j にできる
 - 初期化 : $dp[0][0] = 1, dp[0][j] = 0 (j \neq 0)$
 - 本を1冊も選ばなければ時間0になる
 - 更新式 : $dp[i][j] = 1$ なら, $dp[i+1][j] = dp[i+1][j+w_{i+1}] = 1$
 - $dp[i+1][j]$: 本 $i+1$ を使わない場合, $dp[i+1][j+w_{i+1}]$: 使う場合
 - $dp[n][j] = 1$ となる(待ち時間を超えない)最大の j を求める
- ↑の動的計画法では本 L (未読)を含めないように注意
- 待ち時間にかけるだけの感想文を書いたら, 残りの感想文は本 L を読み終えた後に書けば良い
- $2 * r_L + (\text{待ち時間に書けなかった感想文を書く時間})$ が答え





動的計画法部分の擬似コード

```
int dp[1001][1001]; // 0で埋めておく
dp[0][0] = 1;
for(int i=0;i<n;i++){
    // rL-rSが本Lを読むまでに生じる待ち時間
    for(int j=0;j≤rL-rS;j++){
        if(dp[i][j] == 0) continue;
        dp[i+1][j] = 1;
        if(j+wi+1≤rL-rS) dp[i+1][j+wi+1] = 1;
    }
}
int maxWrite = 0; // 待ち時間に書ける感想文の最大量
for(int i=0;i≤rL-rS;i++)
    if(dp[n][i] == 1) maxWrite = i;
```





計算量

- 本を読む時間の最小化
 - 読む時間が最大の本を探す & 本を読む時間の和を求める 処理
 - どちらも $O(n)$
- 感想文を書く時間の最小化
 - 今回の動的計画法では, 各 i, j の組について $O(1)$ で更新できる
 - 待ち時間は最大でも $r_L (\leq 1000)$ なので $O(n r_L)$





ジャツジ解

- 播磨 : 59行(1265B), C++
- 平澤 : 54行(1283B), C++
- 須藤 : 39行(887B), C++





結果

- Submitチーム数 : 26
- Acceptチーム数 : 24
- 総Submit : 30

- First Accept : ~shiokawa (0h24m)

