



模擬国内予選2013 Problem D

沈みゆく島

原案：須藤

解答：山口、須藤

解説：須藤





問題概要

- 頂点が削除されていくグラフの連結性をギリギリまで保つときに、最低限必要な辺を求める問題
 - 残ってる島の間経路を確保できるうちは、経路が確保できるように建設する橋を選択する
 - 仮に作れる全ての橋をかけても残っている島の間経路を確保できなくなったら、それ以上は橋を作らない
 - その後、再度経路が確保できるようになっても橋は架けない
 - グラフの頂点数は200以下、自己ループや多重辺は無い
 - 複数の頂点が同時に削除されることもある





橋の建設を諦める時間

- 各時間で残っている頂点について、架けられる橋を全て架けた時にグラフが連結か調べる
 - 最初にグラフが連結でなかった時間が建設を諦める時間
 - 連結性のチェックにはUnion-Findを使えば良い
 - Union-Findを使う場合は、遅い時間から順に調べると前の結果を使い回せるので計算量的に有利
- 最初の時点(全頂点が残ってる)でグラフが連結でなかったら、橋の建設は行わないので答えは0





コスト最小の橋の架け方(1/2)

- 途中で橋を架けるケースは考えなくても良い
 - 橋はいつ作っても必要コストが変わらない
 - 途中で追加する予定の橋は、最初に作ってしまっても良い
- 最初の時点でグラフが木になるように橋をかけると良い
 - 木：閉路を持たないグラフ
 - 閉路があれば、その中の辺を1つ削っても連結性は保てる
- よって、橋の建設を諦める時間まで連結性が保たれる、コスト最小の全域木を求めてやれば良い

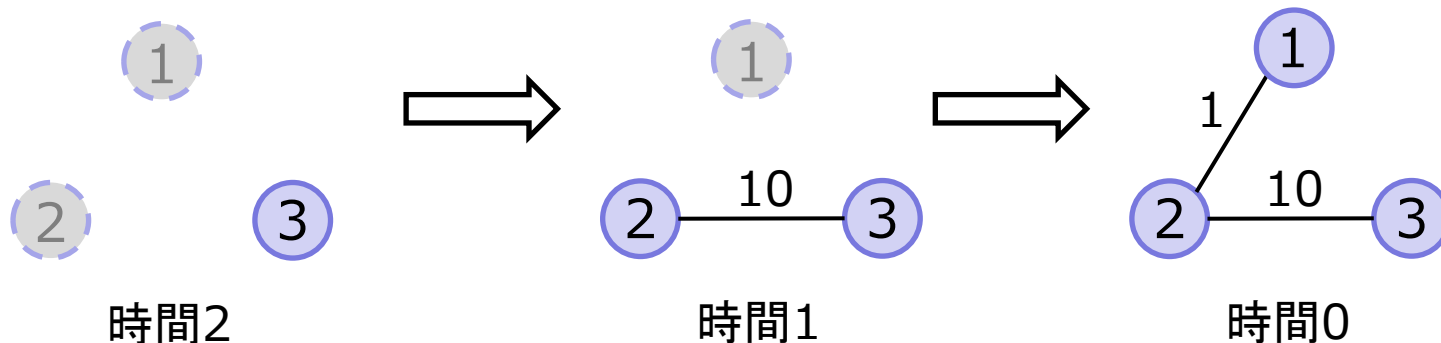




コスト最小の橋の架け方(2/2)

- このような全域木は時間を逆順に追うと求められる
 - 建設を諦める直前の時間に残っている頂点で最小全域木を作る
 - 時間を前に島が沈んだ時間まで戻し，新たな頂点を加えた状態で木を作る
 - これを最初の時間まで繰り返すと，条件をみたす最小コストの全域木が求められる

- (例)サンプル1





補足

- 時間を1ずつ進める(戻す)と計算に時間がかかります
 - 島が沈む時間についてだけ調べると良い
- 複数の島が同時に沈む場合は、その島の間でも橋を架ける必要がある事があります
 - 同時に沈む島は同時に考慮しなくてははいけません
 - 沈む島-残ってる島 間の辺しか考慮しないとWAになります
- すべての島が同時に沈むケースに注意
 - 建設を諦める時刻の扱いによってはWAになります





ジャツジ解

- 山口 : 130行(3355B), Java
- 須藤 : 84行(2146B), C++





結果

- Submitチーム数 : 24
- Acceptチーム数 : 20
- 総Submit : 32

- First Accept : U_____s_____ Agi_____ (0h52m)

