

ACM-ICPC Japan Alumni Group  
Spring Contest 2015

# L: Wall Making Game

---

原案: 保坂

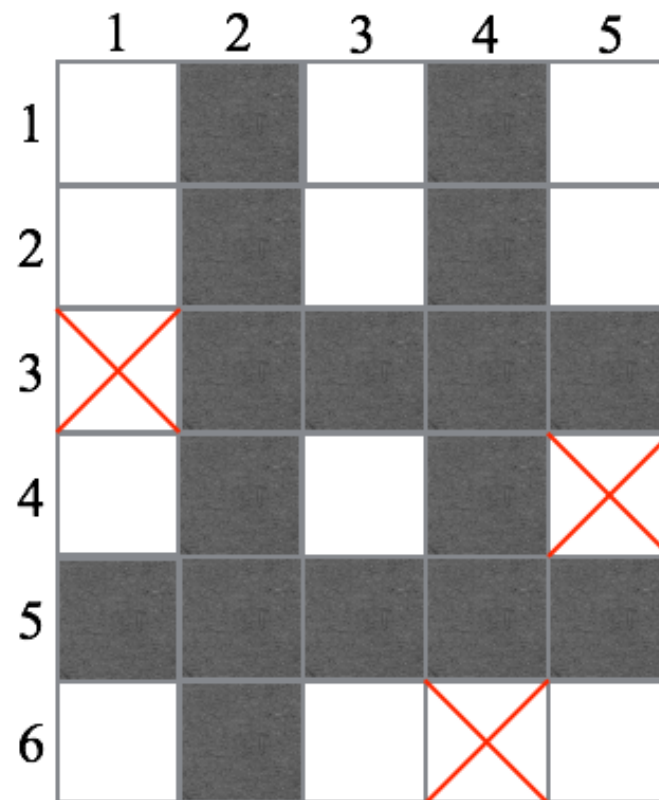
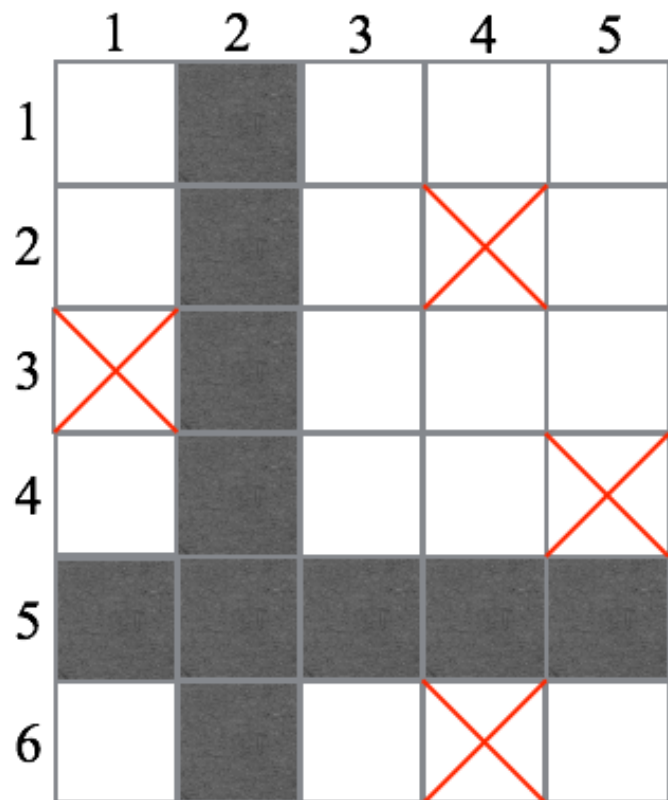
解答: 西田, 保坂, 森, 山崎

解説: 山崎

# 問題概要

- サイズ  $H \times W$  のグリッド状の盤面での 2 人ゲームを考える
- 最初, 盤面上のセルは '.', 'X' の 2 種類
- プレイヤーは交互に操作する
- 各手番では, 壁でも 'X' でもないセルを 1 つ選択する
- 選択後, 次のことが起こる
  - 選択されたセルから上下左右に, 壁または盤外までのセルが壁になる
  - 選択されたセルも壁になる
- 選択可能なセルが無かったらそのプレイヤーの負け
- 互いに最善を尽くした場合, 勝つのはどちらか?

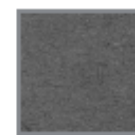
# 操作の例



= empty



= marked



= wall

# 考察

- あるセルを選択したとき, 盤面が 4 つ(以下)に分割される
- 分割されたそれぞれは, 作られた壁に囲まれている
- すなわち, 以降互いに影響を及ぼさない
- 独立な複数の盤面に別れると考える
  - 各ターンでは盤面を 1 つ選んでそこへ 1 手打つ

# 突然ですが, Nim というゲームがあります

- 2 人ターン制石取りゲーム
- 複数の山に分けられた石を取り合う
- 各手番では, 1 つの山を選択してそこから任意個の石を取る
- 石を取れなくなったプレイヤーの負け
- 勝つのはどちらか?
- Nim では, 各山の石の個数の XOR をとると勝敗が分かる
  - 0 なら後手勝ち / それ以外で先手勝ち

# Nim との比較

- 盤面上の '!' を取り合っていると考える
- 石を取れる個数が任意ではない
  - 壁に巻き込まれる分
- 最初は山(盤面)が 1 つで, 山が増えていく

# Grundy Number

- ターン制 2 人ゲームを Nim の解法に帰着する手法
- 各山に対して Grundy Number が定まる
- 各山の Grundy Number の XOR をとると勝敗が分かる

# Grundy Number の求め方

- ある山の Grundy Number は, 次のように定義される
  - 操作後の Grundy Number に現れない最小の非負整数
- 擬似コード

```
grundy( current )
```

```
     $s \leftarrow \phi$ 
```

```
    foreach ( next  $\in$  moves( current ) )
```

```
         $s \leftarrow s \cup \{ \textit{grundy}(\textit{next}) \}$ 
```

```
    result  $\leftarrow 0$ 
```

```
    while ( result  $\in s$  )
```

```
        result  $\leftarrow \textit{result} + 1$ 
```

```
    return result
```



# 山の分裂

- 今回の場合, 山が分裂するが対応可能
  - 分裂後の Grundy Number たちの XOR が操作後の Grundy Number
- 出現しない最小の非負整数を求めるのは同じ

# 解法

- 与えられた盤面の Grundy Number を求める
- 初期状態の山がひとつなので, この値自体で判定
  - 0 なら後手勝ち / それ以外で先手勝ち
- 盤面上の任意の矩形領域について求められる必要がある
  - 実装例: 左上座標と右下座標を受け取る再帰関数として実装
  - `grundy( y1, x1, y2, x2 )`

# メモ化

- Grundy Number は同じ領域に対しては不変
- メモ化再帰にすることで高速化できる
  
- 盤面上の矩形領域のとり方は  $O(H^2W^2)$  個
- 1 つの領域に対する操作の総数は  $O(HW)$  個
- 既出管理を上手くやれば全体で  $O(H^3W^3)$  時間
  - 巨大な数は出現しないことを利用すると配列でテーブルを作れる
  - ハッシュテーブルでもよい
- set を使うと  $O(H^3W^3 \log HW)$  時間

# ジャッジ解

- 西田
  - 54 lines / 1,019 bytes (C++)
- 保坂
  - 48 lines / 1,386 bytes (Java)
- 森
  - 69 lines / 1,617 bytes (C++)
- 山崎
  - 79 lines / 1,514 bytes (C++)
- (それぞれコメント・空行込み)

# 結果

- AC / Submissions
  - 24 / 73 (33 %)
- AC / Trying
  - 24 / 30 (80 %)
- First Acceptance
  - nekonyaso (19:08)